

- 1 a. Beschreiben Sie die Eigenschaften des Wasserstoff- und des Kohlenstoff-Atoms (d. h. Bestandteile, Aufbau, Vergleich,.....).
  - b. Beschreiben Sie Eigenschaften (d. h. Besonderheiten und Unterschiede) von  $\alpha$ -,  $\beta$ -,  $\gamma$ - und Röntgenstrahlung.
  - c. Welche Reaktionsgleichungen beschreiben die Kernumwandlungen, die  $\alpha$ - bzw.  $\beta$ -Strahlung freisetzen?
  - d. Was ist eine Elektroneneinfangsreaktion (EC)? Welche Strahlungsarten werden beim EC frei?
  - e. Was versteht man unter Spontanspaltung
  - f. Nennen Sie für jede Zerfallsart ein Beispiel aus der Nuklidkarte.
  - g. Welche Nuklide (siehe Abb 1.) gehören (1) zur selben Isobarenreihe, (2) zur selben Isotopenreihe und (3) zur selben Isotonenreihe wie  $^{14}\text{C}$ ?
  - h. Welche Isotope des Uran können als Spaltstoffe in Kernreaktoren verwendet werden? Gibt es Isotope anderer Elemente, die ebenfalls als Spaltstoff verwendet werden können?
2. Beim Einfang von Neutronen durch Wasserstoff  $^1\text{H}$  wird  $\gamma$ -Strahlung frei.
    - a. Welches Isotop entsteht bei der Einfangreaktion? Reaktionsgleichung?
    - b. Welche Energie hat die  $\gamma$ -Strahlung? Geben Sie die Energie in der Einheit "MeV" und "J" an?
    - c. Welche Wellenlänge, welche Frequenz hat die Strahlung?
  3. Das radioaktive Isotop  $^{14}\text{C}$  ( $T_{1/2} = 5730$  a) entsteht in hohen Schichten der Atmosphäre durch eine Kernreaktion von Neutronen mit Luftstickstoff ( $^{14}\text{N}$ ).
    - a. Stellen Sie die Reaktionsgleichung auf.
    - b. Berechnen Sie die bei der Reaktion umgesetzte Energie pro Reaktion. Ist die Reaktion exotherm oder endotherm?
    - c. Das Verhältnis von  $^{14}\text{C}$  zu  $^{12}\text{C}$  beträgt etwa  $1,2 \cdot 10^{-12}$ . Berechnen Sie die Aktivität des  $^{14}\text{C}$  im Menschen unter der Annahme einer Masse von 80 kg und einem Näherungswert von 11% für den Massenanteil des Elements Kohlenstoff im Gewebe (gilt für ICRU-Weichteilgewebe).
  4. In einer Uranlagerstätte in Oklo/Gabun hat man zahlreiche natürliche Kernreaktoren nachgewiesen. Ein mit leichtem (normalem) Wasser moderierter Reaktor wird nur dann kritisch, wenn der  $^{235}\text{U}$ -Spaltstoffanteil mehr als 3% beträgt. Gegenwärtig beträgt der  $^{235}\text{U}$  Anteil des Elements Uran 0,7202%. Bestimmen Sie, wann in erdgeschichtlicher Zeit der kritische  $^{235}\text{U}$ -Anteil von 3% vorgelegen hat, wobei beachtet werden soll, dass sowohl  $^{235}\text{U}$  als auch  $^{238}\text{U}$  einem radioaktiven Zerfall unterliegen.
  5. Eine  $^{60}\text{Co}$  Strahlenquelle (siehe Zerfallsschema in Abb. 5) wird in einem Abstand von 25 cm vor einem NaJ-Detektor positioniert. In einer Messzeit von 12 s werden 12815 Impulse für  $\gamma$ -Strahlung der Energie 1,173 MeV registriert. Bringt man eine Eisenplatte von 5 cm Dicke zwischen Strahlenquelle und Detektor, so sinkt die Zahl der Impuls auf 1522 Ereignisse in 12 s. Zur Bestimmung der Untergrundzählrate wurde 120 s lang gemessen, die Anzahl der Impulse in diesem Zeitintervall beträgt 830.
    - a. Wie groß ist der Schwächungskoeffizient?
    - b. Wie groß ist die Halbwertsdicke von Eisen für  $\gamma$ -Strahlung der Energie 1,173 MeV?
    - c. Wie groß ist der Massenschwächungskoeffizient?
    - d. Wie groß ist der Gesamtwirkungsquerschnitt?
    - e. In Tabelle 2 finden Sie eine  $\mu/\rho$  Tabelle des NIST. Vergleichen Sie den Tabellenwert für eine Energie von 1,173 MeV mit dem Messwert.
    - f. Bestimmen Sie mit Hilfe der Tabelle 2 (möglichst genau) die Schwächungswirkung, die eine 5 cm dicke Eisenplatte für die 0,6616 MeV  $\gamma$ -Strahlung des  $^{137}\text{Cs}$  hätte.

# Karlsruher Nuklidkarte 1995

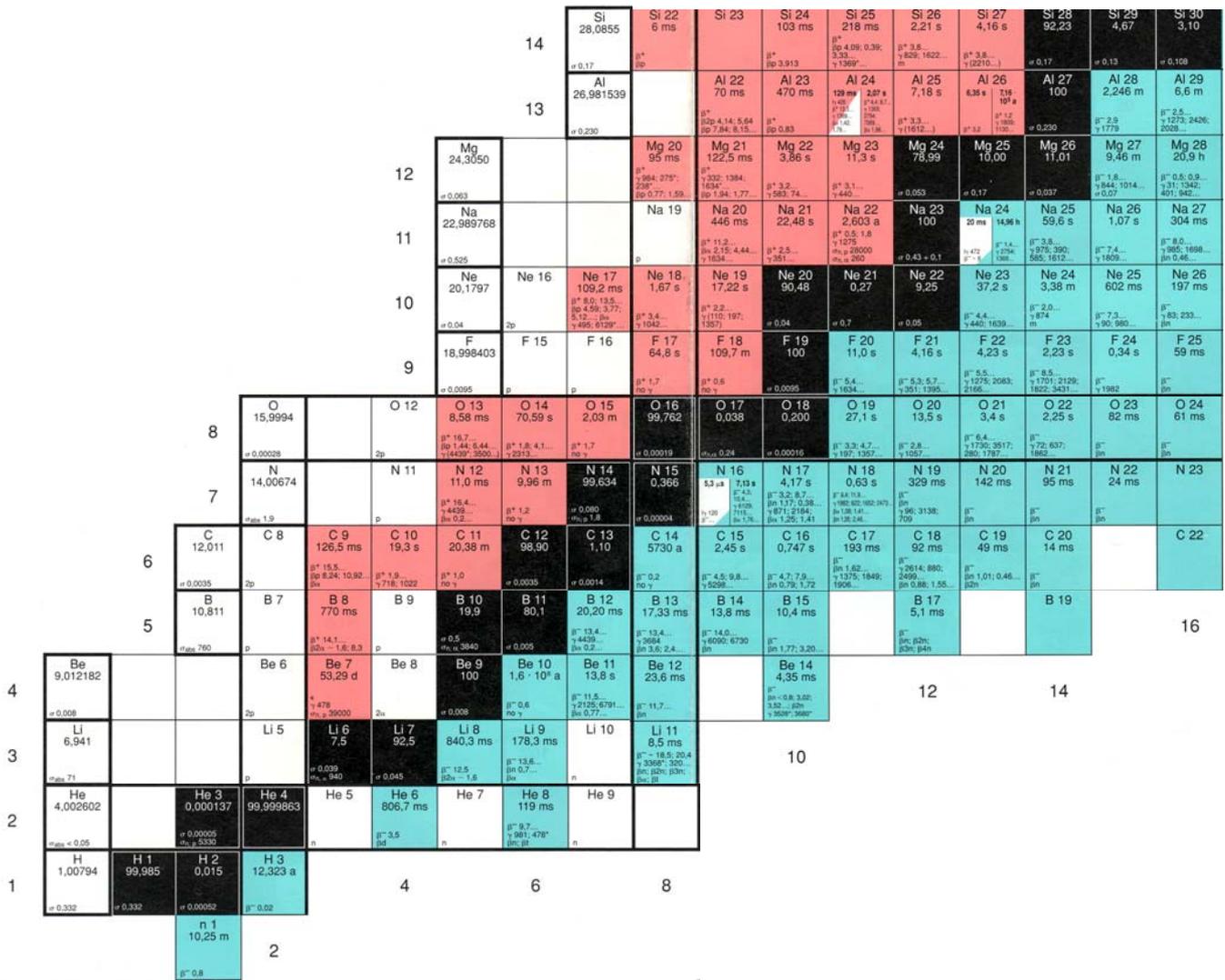


Abb. 1. Ausschnitt aus der Nuklidkarte Z = 1 - 14



Abb. 2. Ausschnitt aus der Nuklidkarte Z = 15 - 21

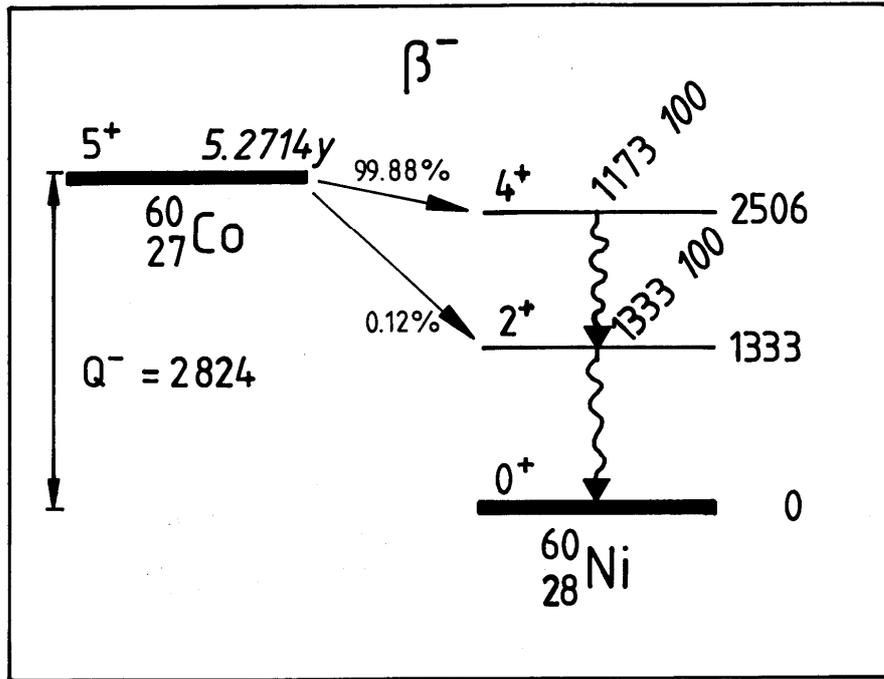


**Tabelle 2 Massenschwächungskoeffizient für Eisen (Fe). Dichte:  $\rho = 7,874 \text{ g cm}^{-3}$**

<b>Iron</b> <b>Z = 26</b>  ASCII format		
<b>Energy</b> (MeV)	$\mu/\rho$ (cm <sup>2</sup> /g)	$\mu_{\text{en}}/\rho$ (cm <sup>2</sup> /g)
1,00000E-03	9,085E+03	9,052E+03
1,50000E-03	3,399E+03	3,388E+03
2,00000E-03	1,626E+03	1,620E+03
3,00000E-03	5,576E+02	5,535E+02
4,00000E-03	2,567E+02	2,536E+02
5,00000E-03	1,398E+02	1,372E+02
6,00000E-03	8,484E+01	8,265E+01
7,11200E-03	5,319E+01	5,133E+01
K 7,11200E-03	4,076E+02	2,978E+02
8,00000E-03	3,056E+02	2,316E+02
1,00000E-02	1,706E+02	1,369E+02
1,50000E-02	5,708E+01	4,896E+01
2,00000E-02	2,568E+01	2,260E+01
3,00000E-02	8,176E+00	7,251E+00
4,00000E-02	3,629E+00	3,155E+00
5,00000E-02	1,958E+00	1,638E+00
6,00000E-02	1,205E+00	9,555E-01
8,00000E-02	5,952E-01	4,104E-01
1,00000E-01	3,717E-01	2,177E-01
1,50000E-01	1,964E-01	7,961E-02
2,00000E-01	1,460E-01	4,825E-02
3,00000E-01	1,099E-01	3,361E-02
4,00000E-01	9,400E-02	3,039E-02
5,00000E-01	8,414E-02	2,914E-02
6,00000E-01	7,704E-02	2,836E-02
8,00000E-01	6,699E-02	2,714E-02
1,00000E+00	5,995E-02	2,603E-02
1,25000E+00	5,350E-02	2,472E-02
1,50000E+00	4,883E-02	2,360E-02
2,00000E+00	4,265E-02	2,199E-02
3,00000E+00	3,621E-02	2,042E-02
4,00000E+00	3,312E-02	1,990E-02
5,00000E+00	3,146E-02	1,983E-02
6,00000E+00	3,057E-02	1,997E-02
8,00000E+00	2,991E-02	2,050E-02
1,00000E+01	2,994E-02	2,108E-02
1,50000E+01	3,092E-02	2,221E-02
2,00000E+01	3,224E-02	2,292E-02

Abb. 5

Zerfallsschema des <sup>60</sup>Co



Konstanten  
Constants

Const.  
Const.

Ref.: E. R. Cohen, B. N. Taylor, Journal of Physical and Chemical Reference Data 17, 1795 (1988)

c	299792458 m s <sup>-1</sup>	Lichtgeschwindigkeit Speed of light	Vitesse de la lumière Velocidad de la luz
h ħ = h/2π	6.6260755 (40) · 10 <sup>-34</sup> J s 1.05457266 (63) · 10 <sup>-34</sup> J s	Planck-Konstante Planck constant	Constante de Planck Constante de Planck
u = 1/N <sub>A</sub>	1.6605402 (10) · 10 <sup>-27</sup> kg 9.3149432 (28) · 10 <sup>7</sup> MeV	Atomare Masseneinheit Atomic mass unit	Unité de masse atomique Unidad de masa atómica
M <sub>n</sub> = N <sub>A</sub> · m <sub>n</sub> m <sub>n</sub> m <sub>n</sub>	1.008664904 (14) u 1.6749286 (10) · 10 <sup>-27</sup> kg 9.3956563 (28) · 10 <sup>7</sup> MeV	Ruhemasse des Neutrons Neutron rest mass	Masse au repos du neutron Masa en reposo del neutrón
M <sub>p</sub> = N <sub>A</sub> · m <sub>p</sub> m <sub>p</sub> m <sub>p</sub>	1.007276470 (12) u 1.6726231 (10) · 10 <sup>-27</sup> kg 9.3827231 (28) · 10 <sup>7</sup> MeV	Ruhemasse des Protons Proton rest mass	Masse au repos du proton Masa en reposo del proton
M <sub>e</sub> = N <sub>A</sub> · m <sub>e</sub> m <sub>e</sub> m <sub>e</sub>	5.48579903 (13) · 10 <sup>-4</sup> u 9.1093897 (54) · 10 <sup>-31</sup> kg 0.51099906 (15) MeV	Ruhemasse des Elektrons Electron rest mass	Masse au repos de l'électron Masa en reposo del electrón
e	1.60217733 (49) · 10 <sup>-19</sup> C 4.8032068 (15) · 10 <sup>-10</sup> esu	Elementarladung Elementary charge	Charge élémentaire Carga elemental
e/m <sub>e</sub>	1.75881962 (53) · 10 <sup>11</sup> C kg <sup>-1</sup> 5.2728086 (16) · 10 <sup>17</sup> esu g <sup>-1</sup>	Spezifische Elektronenladung Specific electron charge	Charge massique de l'électron Carga específica del electrón
r <sub>e</sub> = e <sup>2</sup> /m <sub>e</sub> c <sup>2</sup>	2.81794092 (38) · 10 <sup>-15</sup> m	Elektronenradius Electron radius	Rayon de l'électron Radio del electrón
a <sub>0</sub>	5.29177249 (24) · 10 <sup>-11</sup> m	Bohr-Radius Bohr radius	Rayon de Bohr Radio de Bohr
α	7.29735308 (33) · 10 <sup>-3</sup>	Feinstruktur-Konstante Fine structure constant	Constante de la structure fine Constante de estructura fina
R <sub>∞</sub>	1.0973731534 (13) · 10 <sup>7</sup> m <sup>-1</sup>	Rydberg-Konstante Rydberg constant	Constante de Rydberg Constante de Rydberg
N <sub>A</sub>	6.0221367 (36) · 10 <sup>23</sup> mol <sup>-1</sup>	Avogadro-Konstante Avogadro constant	Constante d'Avogadro Constante de Avogadro
V <sub>m</sub>	2.241410 (19) · 10 <sup>-2</sup> m <sup>3</sup> mol <sup>-1</sup>	Molvolumen eines idealen Gases unter Normalbedingungen Molar volume of an ideal gas at s. t. p.	Volumen molare d'un gaz parfait aux conditions normales Volumen molar de un gas ideal en condiciones normales
R	8.314510 (70) J mol <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> 8.314510 (70) · 10 <sup>7</sup> erg mol <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	Universelle Gaskonstante Molar gas constant	Constante molaire des gaz Constante universal de los gases
k = R/N <sub>A</sub>	1.380658 (12) · 10 <sup>-23</sup> J K <sup>-1</sup> 8.617385 (73) · 10 <sup>-5</sup> eV K <sup>-1</sup>	Boltzmann-Konstante Boltzmann constant	Constante de Boltzmann Constante de Boltzmann
F = N <sub>A</sub> · e	9.6485309 (29) · 10 <sup>4</sup> C mol <sup>-1</sup> 2.89255680 (87) · 10 <sup>16</sup> esu mol <sup>-1</sup>	Faraday-Konstante Faraday constant	Constante de Faraday Constante de Faraday

1 Ci = 3.7 · 10<sup>10</sup> Bq

Zerfälle s<sup>-1</sup>  
Disintegrations s<sup>-1</sup>  
Desintegraciones s<sup>-1</sup>  
Desintegraciones s<sup>-1</sup>  
(see also inside back cover)

1 μA = 6.2415064 · 10<sup>12</sup> e s<sup>-1</sup>  
1 eV/Atom ≅ 23 kcal mol<sup>-1</sup>  
1 MeV/Ci ≅ 5.93 · 10<sup>-3</sup> W  
1 W ≅ 169 MeV/Ci

1 W ≅ 3.1 · 10<sup>10</sup>

Spaltungen s<sup>-1</sup>  
Fissions s<sup>-1</sup>  
Fissions s<sup>-1</sup>  
Fisiones s<sup>-1</sup>

π = 3.141593  
e = 2.718282  
lg e = 0.434294  
ln 10 = 2.302585  
ln 2 = 0.693147

1 MWd ≅ 2.7 · 10<sup>27</sup>

Spaltungen  
Fissions ≅ 1 g  
Fissions  
Fisiones  
spaltbares Material  
fissionable material  
smatière fissible  
material fisil

## Lösungen:

**1a. Atome:** Wasserstoffatom: Kern besteht aus einem Nukleon - Proton, Kernladungszahl +1; Hülle enthält ein Elektron. Kohlenstoffatom: Kern enthält 12 Nukleonen (beim  $^{12}\text{C}$ , bzw.  $^{13}\text{C}$ ), 6 Protonen und 6 Neutronen, die Kernladungszahl ist +6. In der Hülle befinden sich 6 Elektronen in unterschiedlichen Energiezuständen.

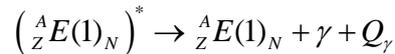
**1b.  $\alpha$ -, $\beta$ -,  $\gamma$ - und Röntgenstrahlung Strahlung:**

**$\alpha$ -Teilchen:**  ${}^4_2\text{He}_2$  Kern bzw.  ${}^4_2\text{He}_2^{++}$  - Ion wird aus dem Atomkern ausgesandt.

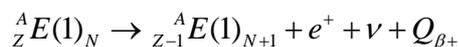
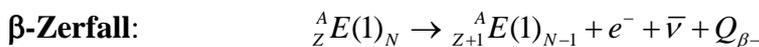
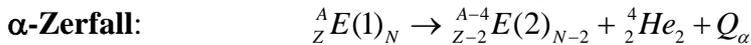
**$\beta$ -Teilchen:** Elektron oder Positron (negatives oder positives Elektron)

**$\gamma$ -Strahlung und Röntgenstrahlung:** Elektromagnetische Wellenstrahlung, meist sehr großer Frequenz (besonders  $\gamma$ -Strahlung, Röntgenstrahlung meist weniger großer Frequenz), die aus diesem Grund sehr ausgeprägte Teilcheneigenschaft (Photon) besitzt.

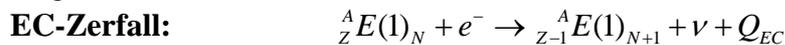
Für  $\gamma$ -Strahlung kann man formal die folgende Umwandlungsreaktion aufstellen:



**1c. Reaktionsgleichungen, die die Entstehung von  $\alpha$ - und  $\beta$ -Strahlung beschreiben:**



**1d. EC-Elektroneneinfang:** EC-ist die Alternative zum  $\beta^+$ -Zerfall. Da für die Bildung eines Positrons (Antimaterie) eine Energie vom zweifachen der Elektronenruhemasse  $2 \cdot m_e = 2 \cdot 511 \text{ keV} = 1022 \text{ keV}$  erforderlich ist, ist ein  $\beta^+$ -Zerfall nur dann möglich, wenn die Energiedifferenz zwischen Ausgangs- und Endzustand größer als  $1022 \text{ keV}$  ist. Alternativ kann eines der Hüllenelektronen (am häufigsten das K-Elektron der innersten Schale) eingefangen werden.



**1e. Spontanspaltung, im Gegensatz zur induzierten Spaltung, bezeichnet die spontane Zerlegung eines sehr schweren Atomkerns in leichtere Bruchstücke. Die Spontanspaltung tritt (ähnlich wie der  $\alpha$ -Zerfall) ohne äußere Einwirkung auf und wird (ähnlich wie der  $\alpha$ -Zerfall) durch den Tunneleffekt erklärt. Im Fall der Spontanspaltung besteht der Tunneleffekt darin, dass sich der näherungsweise sphärische Atomkern spontan in eine hantelförmige Konfiguration umwandelt, obwohl für diesen Vorgang eigentlich zu einer Vergrößerung der Oberflächenenergie führt.**

**1f. Beispiele:**



**1g. Isobarenreihe:**  ${}^{14}\text{Be}$ ,  ${}^{14}\text{B}$ ,  ${}^{14}\text{C}$ ,  ${}^{14}\text{N}$ ,  ${}^{14}\text{O}$

**Isotopenreihe:**  ${}^9\text{C}$ ,  ${}^{10}\text{C}$ ,  ${}^{11}\text{C}$ ,  ${}^9\text{C}$ , .....  ${}^{20}\text{C}$ ,  ${}^{22}\text{C}$

**Isotonenreihe:**  ${}^{11}\text{Li}$ ,  ${}^{12}\text{Be}$ ,  ${}^{13}\text{B}$ , .....  ${}^{20}\text{Mg}$ ,  ${}^{22}\text{Si}$

**1h.** Spaltstoffe müssen ug-Kerne (g-Protonenzahl, u-Neutronenzahl) besitzen, um beim Einfang eines Neutrons einen gg-Kern als Zwischenkern bilden zu können. Dadurch wird Energie frei, die zur Überwindung der Spaltschwelle benötigt wird.

**2a.** Neutroneneinfang in Wasserstoff:



**2b.** Energie der  $\gamma$ -Strahlung:

$$E_\gamma = m_{\text{exc}}({}^1_1\text{H}_0) + m_{\text{exc}}({}^1_0\text{n}_1) - m_{\text{exc}}({}^2_1\text{H}_1)$$

$$E_\gamma = (7288,97 + 8071,32 - 13135,72) \text{ keV}$$

$$E_\gamma = +2224,57 \text{ keV} = +2,22457 \text{ MeV}$$

$$E_\gamma = 2,22457 \text{ MeV} = 2,22457 \cdot 10^6 \cdot 1,60217733 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_\gamma = 3,56416 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

**2c. Frequenz und Wellenlänge:**

Es gilt:  $E_\gamma = h \cdot f$  und  $c = \lambda \cdot f$

Es folgt:  $f = \frac{E_\gamma}{h} = \frac{3,56416 \cdot 10^{-13} \text{ J}}{6,6260755 \cdot 10^{-34} \text{ Js}} = 5,37898 \cdot 10^{20} \text{ s}^{-1}$

$$f = \frac{E_\gamma}{h} = 5,37898 \cdot 10^{20} \text{ s}^{-1}$$

und:  $\lambda = \frac{c \cdot h}{E_\gamma} = \frac{2,99792458 \cdot 10^8 \cdot 6,6260755 \cdot 10^{-34} \text{ m s}^{-1} \text{ J s}}{3,56416 \cdot 10^{-13} \text{ J}}$

$$\lambda = \frac{c \cdot h}{E_\gamma} = 5,5734 \cdot 10^{-13} \text{ m}$$

**3a.** Reaktionsgleichung:  ${}^{14}_7\text{N}_7 + {}^1_0\text{n}_1 \rightarrow {}^{14}_6\text{C}_8 + {}^1_1\text{H}_0 + Q$

**3b.** Reaktionsenergie:  $Q = m_{\text{exc}}({}^{14}_7\text{N}_7) + m_{\text{exc}}({}^1_0\text{n}_1) - m_{\text{exc}}({}^{14}_6\text{C}_8) - m_{\text{exc}}({}^1_1\text{H}_0)$

$$Q = (2863,42 + 8071,32 - 3019,89 - 7288,97) \text{ keV}$$

$$Q = +625,88 \text{ keV}$$

Die Reaktion ist exotherm.

**3c.** Das Isotopenverhältnis von  ${}^{14}\text{C}$  zu  ${}^{12}\text{C}$  beträgt  $1,2 \cdot 10^{-12}$ . Zur Vereinfachung kann man das Massenverhältnis von  ${}^{14}\text{C}$  zu  ${}^{12}\text{C}$  durch Multiplikation des Isotopenverhältnisses mit dem Massenverhältnis (14/12) berechnen. Um das Massenverhältnis von  ${}^{14}\text{C}$  zum natürlichen Isotopengemisch von  ${}^{12}\text{C}$  (98,90%) und  ${}^{13}\text{C}$  (1,1%) zu berechnen, muss der Faktor (14/12) durch (14/12,011) ersetzt werden (siehe Isotopenkarte).

$$\frac{m({}^{14}\text{C})}{m({}^{\text{nat}}\text{C})} = \frac{14}{12,011} \cdot 1,2 \cdot 10^{-12} = 1,3987 \cdot 10^{-12}$$

Nimmt man an, dass das die Masse des Elements Kohlenstoff einen Anteil von 11% besitzt, so beträgt bei einer Person mit der Masse von 80 kg deren Kohlenstoffanteil 8,8 kg. Die Masse des  ${}^{14}\text{C}$  ergibt sich zu:

$$m({}^{14}\text{C}) = \frac{m({}^{14}\text{C})}{m({}^{\text{nat}}\text{C})} m({}^{\text{nat}}\text{C}) = 1,3987 \cdot 10^{-12} \cdot 8,8 \text{ kg}$$

$$m({}^{14}\text{C}) = 1,3987 \cdot 10^{-12} \cdot 8,8 \text{ kg} = 1,23086 \cdot 10^{-8} \text{ g}$$

$$\text{Zahl der } ^{14}\text{C} \text{ Atome: } N(^{14}\text{C}) = \frac{m(^{14}\text{C})}{A_r(^{14}\text{C})} \cdot N_A = \frac{1,23086 \cdot 10^{-8} \text{ g} \cdot 6,0221367 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}}{14 \text{ g mol}^{-1}}$$

$$N(^{14}\text{C}) = \frac{1,23086 \cdot 10^{-8} \text{ g} \cdot 6,0221367 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}}{14 \text{ g mol}^{-1}} = 5,32787 \cdot 10^{14}$$

$$N(^{14}\text{C}) = 5,32787 \cdot 10^{14}$$

$$\text{Aktivität: } A(^{14}\text{C}) = -\lambda \cdot N(^{14}\text{C}) = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot N(^{14}\text{C})$$

$$A(^{14}\text{C}) = \frac{\ln 2}{5730 \cdot 365,25 \cdot 86400 \text{ s}} \cdot 5,32787 \cdot 10^{14} = 2042,3 \text{ s}^{-1}$$

$$A(^{14}\text{C}) = 2,0423 \text{ kBq}$$

4. Der Anteil des Isotops  $^{235}\text{U}$  beträgt 0,7200% (Atom%) (nach der Nuklidkarte von 1995, der etwas andere Wert der Aufgabenstellung kann aber auch verwendet werden), der Anteil des  $^{238}\text{U}$  99,2745%, der Anteil des  $^{234}\text{U}$  0,0055%.

$$\text{Gegeben: } \frac{N(^{235}\text{U})}{N(^{234}\text{U}) + N(^{235}\text{U}) + N(^{238}\text{U})} = 0,007200 \quad (*)$$

$$\frac{N(^{238}\text{U})}{N(^{234}\text{U}) + N(^{235}\text{U}) + N(^{238}\text{U})} = 0,992745$$

$$\frac{N(^{234}\text{U})}{N(^{234}\text{U}) + N(^{235}\text{U}) + N(^{238}\text{U})} = 0,000055$$

Das radioaktive Zerfallsgesetz lautet:

$$N(t_2) = N(t_1) \cdot e^{-\lambda(t_2-t_1)} \text{ für } t_2 > t_1$$

Setze für die heutige Zeit  $t_2 = 0$  und  $t_1 = -|t_1| < 0$  für den Zeitpunkt, zu dem der Anteil des  $^{235}\text{U}$  3,0% betragen haben soll.

$$N(t_1) = N(t_2) \cdot e^{+\lambda(t_2-t_1)} = N(0) \cdot e^{+\lambda|t_1|}$$

Da  $^{234}\text{U}$  ein kurzlebige Tochternuklid des Mutternuklids  $^{238}\text{U}$  ist, gilt für beide Isotope der Halbwertszeitwert des Mutternuklids:

$$\frac{N(^{235}\text{U}) \cdot e^{+\lambda_{235}|t_1|}}{\left[ N(^{234}\text{U}) + N(^{238}\text{U}) \right] \cdot e^{+\lambda_{238}|t_1|} + N(^{235}\text{U}) \cdot e^{+\lambda_{235}|t_1|}} = 0,030$$

$$\text{Aus (*) folgt: } N(^{234}\text{U}) + N(^{238}\text{U}) = \frac{N(^{235}\text{U})}{0,007200} - N(^{235}\text{U})$$

$$N(^{234}\text{U}) + N(^{238}\text{U}) = N(^{235}\text{U}) \cdot \left( \frac{1}{0,007200} + 1 \right)$$

$$N(^{234}\text{U}) + N(^{238}\text{U}) = 139,889 \cdot N(^{235}\text{U})$$

$$\text{Einsetzen: } \frac{N(^{235}\text{U}) \cdot e^{+\lambda_{235}|t_1|}}{139,889 \cdot N(^{235}\text{U}) \cdot e^{+\lambda_{238}|t_1|} + N(^{235}\text{U}) \cdot e^{+\lambda_{235}|t_1|}} = 0,030$$

$$\frac{e^{+\lambda_{235}|t_1|}}{139,889 \cdot e^{+\lambda_{238}|t_1|} + e^{+\lambda_{235}|t_1|}} = 0,030$$

$$e^{+\lambda_{235}|t_1|} - 0,030 \cdot e^{+\lambda_{235}|t_1|} = 0,030 \cdot 139,889 \cdot e^{+\lambda_{238}|t_1|}$$

$$0,97 \cdot e^{+\lambda_{235}|t_1|} = 4,19667 \cdot e^{+\lambda_{238}|t_1|}$$

$$e^{(\lambda_{235} - \lambda_{238})|t_1|} = 4,32646$$

$$|t_1| = \frac{\ln(4,32646)}{\lambda_{235} - \lambda_{238}} = \frac{1,46475}{\ln 2 \cdot 10^{-9} \left( \frac{1}{0,7038} - \frac{1}{4,468} \right)} = 1,765 \cdot 10^9 \text{ a}$$

$$|t_1| = 1,765 \cdot 10^9 \text{ a}$$

Vor 1,765 Milliarden Jahren betrug der Anteil des  $^{235}\text{U}$  3,0%.

**5a.** Die Untergrundrate des Detektors beträgt:

$$R_u = \frac{830}{120} \cdot 12 = 83 \text{ Impulse pro 12 s}$$

Messrate ohne Abschirmung:

$$R_0 = 12815 - 83 = 12732 \text{ Impulse pro 12 s}$$

Messrate mit Abschirmung:

$$R_1 = 1522 - 83 = 1439 \text{ Impulse pro 12 s}$$

Schwächungsgesetz:  $R_1 = R_0 \cdot e^{-\mu \cdot x}$

$$\mu = \frac{\ln \frac{R_1}{R_0}}{x} = \frac{\ln \frac{12732}{1439}}{5 \text{ cm}} = 0,4360 \text{ cm}^{-1}$$

Schwächungskoeffizient:

$$\mu = 0,4360 \text{ cm}^{-1}$$

**5b.** Halbwertsdicke:  $d_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu} = \frac{\ln 2}{0,4360 \text{ cm}^{-1}} = 1,59 \text{ cm}$

**5c.** Massenschwächungskoeffizient:

$$\frac{\mu}{\rho} = \frac{0,4360 \text{ cm}^{-1}}{7,874 \text{ g cm}^{-3}} = 0,0554 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$$

**5d.** Wirkungsquerschnitt:

Es gilt:  $\frac{I(z)}{I_0} = e^{-\mu \cdot z} = e^{-\frac{\mu}{\rho} \cdot z} = e^{-n_T \cdot \sigma \cdot z}$

es folgt:  $\sigma = \frac{\mu}{n_T}$

mit  $n_T =$  Zahl der Atome pro Volumeneinheit.

Es gilt:  $n_T = \frac{\rho}{A_r} \cdot N_A = \frac{7,874 \text{ g cm}^{-3}}{55,845 \text{ g mol}^{-1}} \cdot 6,0221367 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

$$n_T = 8,49106 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$$

$$\sigma = \frac{\mu}{n_T} = \frac{0,4360 \text{ cm}^{-1}}{8,49106 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}} = 5,14 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2 = 5,14 \text{ b}$$

**5e.** Tabellenwerte für  $\frac{\mu}{\rho}$  (NIST-Daten):

für  $E_\gamma(1) = 1,00 \text{ MeV}$  ist  $\frac{\mu}{\rho}(1) = 0,05995 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$

für  $E_\gamma(2) = 1,25 \text{ MeV}$  ist  $\frac{\mu}{\rho}(2) = 0,05350 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$

Interpolation der Logarithmen für  $E_\gamma(3) = 1,173 \text{ MeV}$  :

$$\ln \frac{\mu}{\rho}(3) = \frac{\ln \frac{\mu}{\rho}(2) - \ln \frac{\mu}{\rho}(1)}{\ln E_\gamma(2) - \ln E_\gamma(1)} \cdot (\ln E_\gamma(3) - \ln E_\gamma(1)) + \ln \frac{\mu}{\rho}(1)$$

$$\ln \frac{\mu}{\rho}(3) = \frac{\ln 0,05350 - \ln 0,05995}{\ln 1,25 - \ln 1,0} \cdot (\ln 1,173 - \ln 1,0) + \ln 0,05995$$

$$\ln \frac{\mu}{\rho}(3) = -2,89564$$

$$\frac{\mu}{\rho}(3) = e^{-2,89564} = 0,05526$$

Tabellenwert:  $\frac{\mu}{\rho}(E_\gamma = 1,173 \text{ MeV}) = 0,0553 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$

Messwert:  $\frac{\mu}{\rho} = 0,0554 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$

relative Abweichung: 0,2%

5e. Massenschwächungskoeffizient für  $E_\gamma = 0,6616 \text{ MeV}$  :

für  $E_\gamma(1) = 0,6 \text{ MeV}$  ist  $\frac{\mu}{\rho}(1) = 0,07704 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$

für  $E_\gamma(2) = 0,8 \text{ MeV}$  ist  $\frac{\mu}{\rho}(2) = 0,06699 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$

Interpolation für  $E_\gamma(3) = 0,6616 \text{ MeV}$  :

$$\ln \frac{\mu}{\rho}(3) = \frac{\ln \frac{\mu}{\rho}(2) - \ln \frac{\mu}{\rho}(1)}{\ln E_\gamma(2) - \ln E_\gamma(1)} \cdot (\ln E_\gamma(3) - \ln E_\gamma(1)) + \ln \frac{\mu}{\rho}(1)$$

$$\ln \frac{\mu}{\rho}(3) = \frac{\ln 0,06699 - \ln 0,07704}{\ln 0,8 - \ln 0,6} \cdot (\ln 0,6616 - \ln 0,6) + \ln 0,07704$$

$$\ln \frac{\mu}{\rho}(3) = -2,610917$$

$$\frac{\mu}{\rho}(3) = e^{-2,610917} = 0,073467$$

Tabellenwert:  $\frac{\mu}{\rho}(E_\gamma = 0,6616 \text{ MeV}) = 0,0735 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$

Schwächungskoeffizient:

$$\mu = \frac{\mu}{\rho} \cdot \rho = 0,0735 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1} \cdot 7,874 \text{ g cm}^{-3}$$

$$\mu = 0,5785 \text{ cm}^{-1}$$

Schwächung in einer Schicht der Dicke von 5 cm:

$$\frac{I(5 \text{ cm})}{I_0} = e^{-0,5785 \cdot 5} = 0,05544 = 5,544\%$$