HOCHSCHULE HANNOVER	Name ....
Fakultät II Abt. M SS 2016	Matrikelnummer ....
Grünemaier, Götschel, Harja, Mafi, Schrewe	**Experimentalphysik 1** Dienstag 28. Juni 2016

1	2	3	4	SUM
/30	/25	/25	/30	/110

1. Der Bundestrainer trainiert mit der Fußballnationalmannschaft Freistöße aus einer Torentfernung von 25 m, bei denen der Ball über eine Mauer aus Abwehrspielern ins Tor geschossen werden soll. Folgende Werte werden ermittelt: Die Abwehrmauer steht 9 m vom Abschusspunkt entfernt und der Ball überfliegt diese in 2,2 m Höhe. Beim Passieren der Torlinie beträgt die Horizontalkomponente der Ballgeschwindigkeit $20\,ms^{-1}$.

a. Bestimmen Sie den Winkel relativ zur Horizontalen und den Betrag der Abschussgeschwindigkeit $\vec{v}_0$. 15P

b. In welcher Höhe passiert der Ball die Torlinie? Welche Geschwindigkeit besitzt er dort? 10P

c. Welchen Winkel besitzt der Geschwindigkeitsvektor relativ zur Horizontalen? 5P

2. Ein Fahrrad mit der Masse $10\,kg$ ist mit einem dünnen Seil angebunden. Ein Mensch der Masse $60\,kg$ sitzt darauf. Das Fahrrad steht auf leicht geneigter Ebene. Diese wird nach und nach schräger gestellt.

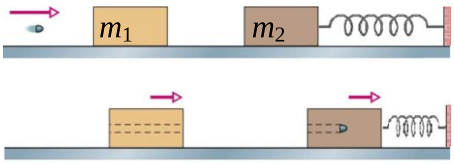
a. Bei welchem Winkel β reißt das Seil, wenn dieses eine Zugkraft von $265\,N$ aushält? 5P

b. Das Fahrrad fängt an zu rollen, der Rollreibungskoeffizient (Rollreibungszahl) beträgt $0{,}05$. Wie stark wird das Fahrrad direkt nach dem Reißen des Seils beschleunigt? 5P

c. Als das Fahrrad am Hang 30 km/h erreicht hat, wird es gebremst, um diese Geschwindigkeit konstant zu halten. Welche Bremsleistung muss dafür aufgebracht werden? 5P

d. Am Ende des Hanges fährt das Fahrrad in eine Kurve $R = 40\,m$. Es muss gekippt werden, um ohne Verringerung der Geschwindigkeit durch die Kurve zu kommen. Zeichnen Sie das Kräftediagramm und berechnen Sie den Kippwinkel. 10P

3. Ein Geschoss mit der Masse $3{,}5\,g$ wird waagerecht auf zwei Holzblöcke mit den Massen $m_1 = 1{,}20\,kg$ und $m_2 = 1{,}80\,kg$ geschossen, die reibungsfrei auf einer Fläche ruhen. Der Block m_2 ist mit einer entspannten Feder (Federkonstante $200\,Nm^{-1}$) verbunden, deren anderes Ende fixiert ist (siehe Abb. oben). Das Geschoss durchschlägt in $0{,}001\,s$ den Block m_1 und bleibt im Block m_2 stecken. Nach dem Ereignis bewegt sich Block m_1 mit der Geschwindigkeit $0{,}63\,ms^{-1}$, der Block m_2 drückt die Feder um $10\,cm$ zusammen (siehe Abb. unten).



a. Berechnen Sie die Anfangsgeschwindigkeit des Geschosses. 15P
(Hinweis: Vernachlässigen Sie die Masse, um die der Block m_1 infolge des Durchschlags abnehmen könnte.)

b. Wie groß ist die mittlere Kraft, die das Geschoss auf den Block m_1 ausübt? 10P

4. Ein Ball der Masse $0{,}508\,kg$ wird unter einem Winkel von $30°$ relativ zur Flächennormalen mit der Geschwindigkeit $23{,}09\,ms^{-1}$ auf eine ruhende Tür der Masse $39{,}5\,kg$ geschossen, die sich als Folge des Stoßes öffnet. Das Türblatt ist $1{,}2\,m$ breit. Der Auftreffpunkt des Balls liegt $1{,}0\,m$ vom Drehpunkt der Tür entfernt. Der Stoß soll elastisch sein.

a. Wie lange dauert es, bis sich die Tür um 60° geöffnet hat? 25P

b. Welche Geschwindigkeit hat der Ball nach dem Stoß? Wie groß ist der Winkel zwischen den Ballgeschwindigkeiten vor und nach dem Stoß? 5P

Hilfsmittel:	eine der freigegebenen Physik 1-Formelsammlungen, Taschenrechner nach Vorgabe
Bearbeitungszeit:	90 Minuten
Bearbeitungshinweise:	**Der Lösungsweg muss erkennbar und nachvollziehbar sein.**

Die Aufgaben sind soweit wie möglich buchstabenmäßig durchzurechnen. Geben Sie die Ergebnisse der Zahlenrechnung mit sinnvoller Ziffernzahl an. Für die Erdbeschleunigung kann $g = 10\,ms^{-2}$ verwendet werden.

Lösung von Aufgabe 1

Bezeichnungen: Die x-Richtung verläuft horizontal, die y Richtung vertikal.
Der Ball wird mit der Geschwindigkeit $\vec{v}_0$ im Abstand $s_T = 25m$ auf das Tor geschossen. Der Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}_0$ bildet mit der Horizontalen den Winkel α. Der Ball überquert die Torlinie mit der Geschwindigkeit $\vec{v}_T$, wobei für die Horizontalkomponente von $\vec{v}_T$ der Wert $v_{Tx} = 20ms^{-1}$ bestimmt wurde.

a. Es gilt:

Horizontalkomponente von $\vec{v}_0$:
$$v_{0x} = v_{Tx} = v_0 \cdot \cos(\alpha) = 20ms^{-1} \quad (1)$$

Vertikalkomponente von $\vec{v}_0$:
$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin(\alpha) \quad (2)$$

Einsetzen von (1) in (2) liefert:
$$v_{0y} = \frac{v_{0x}}{\cos(\alpha)} \cdot \sin(\alpha) = v_{0x} \cdot \tan(\alpha) \quad (3)$$
$$v_{0y} = v_{Tx} \cdot \tan(\alpha) \quad (4)$$

Vertikale Weg-Zeit-Funktion:
$$s_y(t) = v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (5)$$

Einsetzen von (3)
$$s_y(t) = v_{Tx} \cdot \tan(\alpha) \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (6)$$

Horizontale Weg-Zeit-Funktion:
$$s_x(t) = v_{0x} \cdot t = v_{Tx} \cdot t \quad (7)$$

Die Mauer im Abstand $s_M = 9m$ wird nach der Zeit t_M erreicht.

Es folgt aus (7):
$$t_M = \frac{s_M}{v_{Tx}} = \frac{9m}{20ms^{-1}} = 0,45s \quad (8)$$

Laut Aufgabenstellung beträgt die vertikale Höhe über der Mauer:
$$s_y(t_M) = h_M = 2,2m \quad (9)$$

Es folgt aus (6) und (9):
$$s_y(t_M) = h_M = v_{Tx} \cdot \tan(\alpha) \cdot \frac{s_M}{v_{Tx}} - \frac{1}{2} g \frac{s_M^2}{v_{Tx}^2} \quad (10)$$

Auflösen von Gl. (10) nach α:
$$\alpha = \arctan\left(\frac{h_M}{s_M} + \frac{g \cdot s_M}{2v_{Tx}^2}\right) \quad (11)$$

Ergebnis mit $g = 10ms^{-1}$:
$$\alpha = \arctan\left(\frac{2,2m}{9,0m} + \frac{10,0ms^{-2} \cdot 9,0m}{2 \cdot 20^2 m^2 s^{-2}}\right) = 19,64° \quad (12)$$

mit $g = 9,81ms^{-2}$
$$\alpha = \arctan\left(\frac{2,2m}{9,0m} + \frac{9,81ms^{-2} \cdot 9,0m}{2 \cdot 20^2 m^2 s^{-2}}\right) = 19,54°$$

Vertikalkomponente von $\vec{v}_0$:
$$v_{0y} = v_{Tx} \cdot \tan(\alpha) = 20ms^{-1} \cdot \tan(19,64°) \quad (13)$$

mit $g = 10ms^{-1}$
$$v_{0y} = 7,14ms^{-1} \quad (14)$$

mit $g = 9,81ms^{-2}$
$$v_{0y} = 7,10ms^{-1}$$

Betrag von $\vec{v}_0$ für $g = 10ms^{-1}$
$$|\vec{v}_0| = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2} = \sqrt{20^2 + 7,14^2}ms^{-1} = 21,24ms^{-1} \quad (15)$$

Betrag von $\vec{v}_0$ für $g = 9,81ms^{-1}$ $|\vec{v}_0| = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2} = \sqrt{20^2 + 7,14^2}ms^{-1} = 21,22ms^{-1}$

b. Flugzeit bis zur Torlinie: $t_T = \frac{s_T}{v_{0x}} = \frac{25\,m}{20\,m\,s^{-1}} = 1{,}25\,s$ (16)

Vertikale Höhe zur Zeit t_T: $s_y(t_T) = v_{0y} \cdot t_T - \frac{1}{2} g\, t_T^2$ (17)

für $g = 10\,m\,s^{-1}$ $s_y(t_T) = 7{,}14\,ms^{-1} - \frac{1}{2} 10\,m\,s^{-2} \cdot 1{,}25^2 s^2 = 1{,}11\,m$ (18)

für $g = 9{,}81\,m\,s^{-2}$ $s_y(t_T) = 7{,}10\,ms^{-1} - \frac{1}{2} 9{,}81\,m\,s^{-2} \cdot 1{,}25^2 s^2 = 1{,}21\,m$

Vertikalgeschwindigkeit auf Torlinie: $v_{Ty} = v_{0y} - g \cdot t_T$ (19)

für $g = 10\,m\,s^{-1}$ $v_{Ty} = 7{,}14\,ms^{-1} - 10{,}0\,ms^{-2} \cdot 1{,}25\,s = -5{,}36\,m\,s^{-1}$ (20)

für $g = 9{,}81\,m\,s^{-2}$ $v_{Ty} = 7{,}10\,ms^{-1} - 9{,}81\,ms^{-2} \cdot 1{,}25\,s = -5{,}17\,m\,s^{-1}$

Betrag der Geschwindigkeit $\vec{v}_T$ $|\vec{v}_T| = \sqrt{v_{Tx}^2 + v_{Ty}^2}$ (21)

für $g = 10\,m\,s^{-1}$ $|\vec{v}_T| = \sqrt{v_{Tx}^2 + v_{Ty}^2} = \sqrt{20^2 + (-5{,}36)^2}\,m\,s^{-1} = 20{,}71\,m\,s^{-1}$ (22)

für $g = 9{,}81\,m\,s^{-2}$ $|\vec{v}_T| = \sqrt{v_{Tx}^2 + v_{Ty}^2} = \sqrt{20^2 + (-5{,}17)^2}\,m\,s^{-1} = 20{,}65\,m\,s^{-1}$

Winkel $\vec{v}_T$ und Horizontale: $\beta = \arctan\left(\frac{v_{Ty}}{v_{Tx}}\right) = \arcsin\left(\frac{v_{Ty}}{v_T}\right)$ (23)

für $g = 10\,m\,s^{-1}$ $\beta = -15{,}00°$ (24)

für $g = 9{,}81\,m\,s^{-2}$ $\beta = -14{,}48°$

Lösung für Aufgabe 2

a. Größter Neigungswinkel: $\beta = \arcsin\left(\frac{F_{S,\max}}{(m_F + m_M) \cdot g}\right)$ (1)

$$\beta = \arcsin\left(\frac{265\,N}{(10+60)\,kg \cdot 9{,}81\,ms^{-2}}\right)$$

$$\beta = 22{,}7\,°$$

b. Beschleunigung: $a = \frac{F_a}{m_F + m_M} = g \cdot (\sin\beta - \mu_R \cdot \cos\beta)$ (2)

$$a = 9{,}81\,ms^{-2} \cdot (\sin(22{,}7°) - 0{,}05 \cdot \cos(22{,}7°))$$

$$a = 3{,}333\,ms^{-2}$$

c. Bremskraft: $F_B = (m_F + m_M)\, g \cdot (\sin\beta - \mu_R \cdot \cos\beta)$ (3)

$$F_B = 70\,kg \cdot 9{,}81\,ms^{-2} \cdot (\sin(22{,}7°) - 0{,}05 \cdot \cos(22{,}7°))$$

$$F_B = 233{,}3\,N$$

Bremsleistung: $P = F_B \cdot v = 233{,}3\,N \cdot \frac{30}{3{,}6}\,m\,s^{-1} = 1944{,}4\,W$ (4)

d. Kippwinkel: $\tan\alpha = \frac{a_{Zf}}{g} = \frac{v_B^2}{R \cdot g} = \frac{30^2\,m^2 s^{-2}}{3{,}6^2 \cdot 40\,m \cdot 9{,}81\,ms^{-2}}$ (5)

$\alpha = 10{,}0°$ (6)

Lösung für Aufgabe 3

a. Durch den Steckschuss des Geschosses mit der Masse m_G im Block m_2 erhält dieser kinetische Energie, die in Spannarbeit an der Feder umgesetzt wird. Mit Hilfe des Energieerhaltungssatzes kann die Geschwindigkeit u_2 des Blocks m_2 nach dem Einschuss bestimmt werden.

Energieerhaltungssatz: $$\frac{1}{2}(m_2+m_G)u_2^2=\frac{1}{2}D\Delta s^2 \qquad (1)$$

$$u_2=\sqrt{\frac{D}{m_2+m_G}}\cdot\Delta s=\sqrt{\frac{200Nm^{-1}}{(0{,}0035+1{,}80)kg}}\cdot 0{,}1m \qquad (2)$$

$$u_2=\sqrt{\frac{D}{m_2+m_G}}\cdot\Delta s=\sqrt{\frac{200Nm^{-1}}{(0{,}0035+1{,}80)kg}}\cdot 0{,}1m \qquad (3)$$

$$u_2=1{,}053ms^{-1} \qquad (4)$$

Der Steckschuss von in Block m_2 ist ein „vollkommen unelastischer Stoß“. Die Geschwindigkeit des Geschosses v_{G1} vor Eintritt in den Block m_2 ergibt sich aus dem Impulserhaltungssatz:

Impulserhaltungssatz: $$m_G\cdot v_{G1}=(m_G+m_2)\cdot u_2 \qquad (5)$$

$$v_{G1}=\frac{m_G+m_2}{m_G}\cdot u_2=\frac{0{,}0035+1{,}80}{0{,}0035}\cdot 1{,}053ms^{-1} \qquad (6)$$

$$v_{G1}=542{,}6ms^{-1} \qquad (7)$$

Die Anfangsgeschwindigkeit v_{G0} des Geschosses vor dem Block m_1 ergibt sich aus dem

Impulserhaltungssatz: $$m_G\,v_{G0}=m_G\,v_{G1}+m_1\,u_1 \qquad (8)$$

$$v_{G0}=v_{G1}+\frac{m_1}{m_G}u_1=542{,}6ms^{-1}+\frac{1{,}20}{0{,}0035}\cdot 0{,}63ms^{-1} \qquad (9)$$

$$v_{G0}=542{,}6ms^{-1}+216ms^{-1}=758{,}6ms^{-1} \qquad (10)$$

b. Kraftstoß, der von dem Geschoss m_G auf Block m_1 ausgeübt wird.

Kraftstoß: $$\int F(t)\,dt=\bar{F}\cdot\Delta t=\Delta p_G=-\Delta p_1 \qquad (11)$$

Impulsänderung Geschoss: $$\Delta p_G=p_{G1}-p_{G0}=m_G\,v_{G1}-m_G\,v_{G0}=m_G\,(v_{G1}-v_{G0}) \qquad (12)$$

$$\Delta p_G=m_G\,(v_{G1}-v_{G0})=0{,}0035kg\cdot(542{,}8-759)ms^{-1} \qquad (13)$$

$$\Delta p_G=0{,}0035kg\cdot(542{,}8-759{,}0)ms^{-1}=-0{,}756\,kg\,ms^{-1} \qquad (14)$$

Impulsänderung Block m_1: $$\Delta p_1=m_1\,(u_1-0)=1{,}20kg\cdot 0{,}63ms^{-1}=+0{,}756\,kg\,ms^{-1} \qquad (15)$$

Es gilt: $\Delta p_G=-\Delta p_1$, entsprechend Actio = Reactio.

Mittlere Kraft während der Wechselwirkung von Geschoss und Block m_1:

$$\bar{F}=\frac{|\Delta p_G|}{\Delta t}=\frac{|\Delta p_1|}{\Delta t}=\frac{0{,}756\,kg\,ms^{-1}}{0{,}001s}=756\,N \qquad (16)$$

Lösung für Aufgabe 4

Bezeichnungen:

Ball mit der Masse $m_B = 0{,}508\,kg$

Winkel von Geschwindigkeit und Flächennormale: $\varphi = 30°$

Ballgeschwindigkeit vor dem Stoß: $|\vec{v}_B| = 23{,}09\,ms^{-1}$

Masse der Tür: $m_T = 39{,}5\,kg$, Breite der Tür: $b_T = 1{,}2\,m$, Hebelarm: $d = 1{,}0\,m$

a. Geschwindigkeitskomponenten von $\vec{v}_B$ des Balls vor dem Stoß:

Komponente senkrecht zur Tür: $v_{B\perp} = |\vec{v}_B| \cdot \cos(\varphi) = 23{,}09\,ms^{-1} \cdot \cos(30°) = 20\,ms^{-1}$ (1)

Komponente parallel zur Tür: $v_{B\|} = |\vec{v}_B| \cdot \sin(\varphi) = 11{,}55\,ms^{-1}$ (2)

Drehimpulserhaltungssatz: $m_B \cdot v_{B\perp} \cdot d = J_T \cdot \omega_T + m_B \cdot u_{B\perp} \cdot d$ (3)

Energieerhaltungssatz: $\frac{1}{2} m_B \cdot v_{B\perp}^2 = \frac{1}{2} J_T \cdot \omega_T^2 + \frac{1}{2} m_B \cdot u_{B\perp}^2$ (4)

Trägheitsmoment der Tür: $J_T = \frac{1}{3} m_T\, b_T^2 = \frac{1}{3} \cdot 39{,}5 \cdot 1{,}2^2\, kg\, m^2 = 18{,}96\, kg\, m^2$ (5)

Aus (3) folgt durch Umstellung: $m_B \cdot (v_{B\perp} - u_{B\perp}) = \frac{J_T \cdot \omega_T}{d}$ (6)

Aus (4) folgt durch Umstellung: $m_B \cdot (v_B - u_B)(v_B + u_B) = J_T \cdot \omega_T^2$ (7)

Einsetzen von (6) in (7): $\frac{J_T \cdot \omega_T}{d} \cdot (v_{B\perp} + u_{B\perp}) = J_T \cdot \omega_T^2$ (8)

Aus (8) folgt: $u_{B\perp} = \omega_T \cdot d - v_{B\perp}$ (9)

Einsetzen von (9) in (3): $m_B \cdot v_{B\perp} \cdot d = J_T \cdot \omega_T + m_B \cdot (\omega_T \cdot d - v_{B\perp}) \cdot d$ (10)

Ausmultiplizieren: $m_B \cdot v_{B\perp} \cdot d = J_T \cdot \omega_T + m_B \cdot \omega_T \cdot d^2 - m_B \cdot v_{B\perp} \cdot d$ (11)

Winkelgeschwindigkeit der Tür: $\omega_T = \frac{2\, m_B\, v_{B\perp}\, d}{J_T + m_B\, d^2} = 1{,}0436\, s^{-1}$ (12)

Zeit zum Öffnen der Tür: $\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega_T} = 1{,}00\, s$ (13)

b. Geschwindigkeit $u_{B\perp}$ nach dem Stoß ergibt sich aus (9):

$$u_{B\perp} = \omega_T \cdot d - v_{B\perp} = (1{,}0435 \cdot 1 - 20{,}0)\,ms^{-1} = -18{,}95\,ms^{-1} \quad (13)$$

Für den Winkel ψ zwischen $\vec{u}_B$ und der Flächennormale gilt:

$$\tan(\psi) = \frac{u_{B\|}}{u_{B\perp}} \quad (14)$$

Beim Stoß wird die Parallelkomponente der Geschwindigkeit nicht geändert.

$$u_{B\|} = v_{B\|} = |\vec{v}_B| \cdot \sin(\varphi) = 11{,}55\,ms^{-1} \quad (15)$$

$$\psi = \arctan\left(\frac{18{,}95}{11{,}55}\right) = 31{,}35° \quad (16)$$

Winkel zwischen den Geschwindigkeitsvektoren vor und nach dem Stoß:

$$\varphi + \psi = 61{,}35° \quad (17)$$