

1. Ein Vogel fliegt mit einer Geschwindigkeit von 15 km/h. Wie lange benötigt er für eine Strecke von 75 km?

$$t = \frac{s}{v} = \frac{75 \text{ km}}{15 \text{ km/h}} = 5 \text{ h}$$

2. Welche Durchschnittsgeschwindigkeit muss ihr Auto fahren, um in der Zeit von 3 Stunden und 12 Minuten die Strecke von 280 km zurückzulegen?

$$\bar{v} = \frac{s}{t} = \frac{280 \text{ km}}{3,2 \text{ h}} = 87,5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

3. Wenn Sie mit der Geschwindigkeit von 110 km/h auf gerader Strecke fahren und für 2 s zur Seite schauen, wie weit fahren Sie während dieser Zeit der Unaufmerksamkeit?

$$s = v \cdot t = 110 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 2 \text{ s} = \frac{110 \cdot 10^3 \text{ m}}{3600 \text{ s}} \cdot 2 \text{ s} = 61,1 \text{ m}$$

4. Ein rollender Ball bewegt sich zwischen den Zeitpunkten  $t_1 = 3,0 \text{ s}$  und  $t_2 = 6,1 \text{ s}$  von  $x_1 = 3,4 \text{ cm}$  nach  $x_2 = -4,2 \text{ cm}$ . Wie groß ist seine Durchschnittsgeschwindigkeit?

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{-4,2 \text{ cm} - 3,4 \text{ cm}}{6,1 \text{ s} - 3,0 \text{ s}}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = -\frac{7,6}{3,1} = -2,45 \text{ cm s}^{-1} = -0,0245 \text{ m s}^{-1}$$

5. Ein Massenpunkt ist zum Zeitpunkt  $t_1 = -2,0 \text{ s}$  bei  $x_1 = 3,4 \text{ cm}$  und zum Zeitpunkt  $t_2 = 4,5 \text{ s}$  bei  $x_2 = 8,5 \text{ cm}$ .

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{8,5 \text{ cm} - 3,4 \text{ cm}}{4,5 \text{ s} + 2,0 \text{ s}}$$

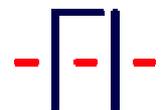
$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{5,1}{6,5} = 0,785 \text{ cm s}^{-1} = 0,00785 \text{ m s}^{-1}$$

6. Sie fahren mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 105 km/h eine Strecke von 210 km. Unterwegs beginnt es zu regnen. Sie reduzieren die Geschwindigkeit auf 90 km/h. Nach 2 Stunden und 10 Minuten erreichen Sie das Ziel. Wann hat es angefangen zu regnen?

Für die Gesamtzeit gilt:  $t_{\text{ges}} = t_1 + t_2 = \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2}$

Für den Gesamtweg gilt:  $s_{\text{ges}} = s_1 + s_2$

Es folgt:  $t_{\text{ges}} = t_1 + t_2 = \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_{\text{ges}} - s_1}{v_2}$



$$t_{ges} = \frac{s_1 \cdot v_2}{v_2 \cdot v_1} + \frac{(s_{ges} - s_1) \cdot v_1}{v_2 \cdot v_1}$$

$$t_{ges} \cdot v_2 \cdot v_1 = s_1 \cdot v_2 + s_{ges} \cdot v_1 - s_1 \cdot v_1$$

$$s_1 (v_1 - v_2) = s_{ges} \cdot v_1 - t_{ges} \cdot v_2 \cdot v_1$$

$$s_1 = \frac{s_{ges} \cdot v_1 - t_{ges} \cdot v_2 \cdot v_1}{v_1 - v_2}$$

Lösungen:

$$s_1 = \frac{210 \cdot 105 - 2,1667 \cdot 105 \cdot 90}{15} \text{ km} = 105 \text{ km}$$

Beginn des Regens

$$t_1 = 1 \text{ h}$$

7. Asafa Powell lief am 14 Juni 2005 die 100 m Strecke in 9,77 s. Berechnen Sie die Durchschnittsgeschwindigkeit.

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{100 \text{ m}}{9,77 \text{ s}} = 10,23 \text{ m s}^{-1} = 36,8 \text{ km h}^{-1}$$

8. Micheal Johnson lief am 16. August 1999 die 400 m auf einer Rundstrecke in 43,18 s. Berechnen Sie die Durchschnittsgeschwindigkeit.

Dies ist eine Fangfrage, denn es kommt auf die genaue Definition der Durchschnittsgeschwindigkeit an, die unterschiedlich sein kann.

Mögliche Definition (wird oft im Alltag verwendet):

$$\text{Durchschnittsgeschwindigkeit}_{\text{Alltag}} = \frac{\text{Betrag des insgesamt zurückgelegten Weges}}{\text{dafür benötigte Zeit}}$$

hier: 
$$\bar{v} = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{400 \text{ m}}{43,18 \text{ s}} = 9,26 \text{ m s}^{-1} = 33,3 \text{ km h}^{-1}$$

Definition (hier in der Physikvorlesung):

$$\text{Durchschnittsgeschwindigkeit} = \frac{\text{Gesamtstrecke}}{\text{benötigte Zeit}} = \frac{\text{Endposition} - \text{Anfangsposition}}{\text{benötigte Zeit}}$$

Wenn End- und Anfangsposition identisch sind, ist die Durchschnittsgeschwindigkeit (entsprechend dieser Definition!) gleich Null.

9. Zwei Lokomotiven nähern sich einander auf parallelen Spuren. Die Geschwindigkeit der einen Lok beträgt 80 km/h, die der anderen 110 km/h. Nach welcher Zeit fahren sie aneinander vorbei, wenn bei  $t = 0$  der Abstand 8,5 km beträgt. Welche Strecken haben sie jeweils zurückgelegt?

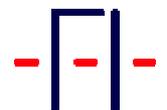
Beim Vorbeifahren haben beide Loks zusammen die Strecke 8,5 km zurückgelegt.

Es gilt:

$$s_{ges} = v_1 \cdot t + v_2 \cdot t = (v_1 + v_2) \cdot t$$

$$t = \frac{s_{ges}}{v_1 + v_2} = \frac{8,5 \text{ km}}{190 \text{ km/h}} = 0,0447 \text{ h} = 2,68 \text{ min}$$

$$s_1 = v_1 \cdot t = 110 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 0,0447 \text{ h} = 4,92 \text{ km}$$



$$s_2 = v_2 \cdot t = 80 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 0,0447 \text{ h} = 3,58 \text{ km}$$

Probe:

$$s_1 + s_2 = 8,5 \text{ km}$$

10. Ein Flugzeug fliegt 2100 km weit mit einer Geschwindigkeit von 800 km/h und hat dann Rückenwind, der seine Geschwindigkeit für die nächsten 1800 km auf 1000 km/h ansteigen lässt. Wie lange dauert der Flug insgesamt? Wie groß war die Durchschnittsgeschwindigkeit?

Gesamtzeit: 
$$t_{\text{ges}} = t_1 + t_2 = \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} = \frac{2100 \text{ km h}}{800 \text{ km}} + \frac{1800 \text{ km h}}{1000 \text{ km}}$$

$$t_{\text{ges}} = 2,625 \text{ h} + 1,8 \text{ h} = 4,425 \text{ h}$$

Gesamtstrecke:

$$s_{\text{ges}} = s_1 + s_2 = 2100 \text{ km} + 1800 \text{ km} = 3900 \text{ km}$$

Durchschnittsgeschwindigkeit: 
$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{3900 \text{ km}}{4,425 \text{ h}} = 881,4 \text{ km h}^{-1}$$

11. Die eindimensionale Bewegung eines Massenpunktes entlang des Weges  $s$  soll durch das  $s$ - $t$ -Diagramm in der Abb.1 charakterisiert werden. Beschreiben Sie die Bewegung anhand des Diagramms und beantworten Sie die folgenden Fragen:

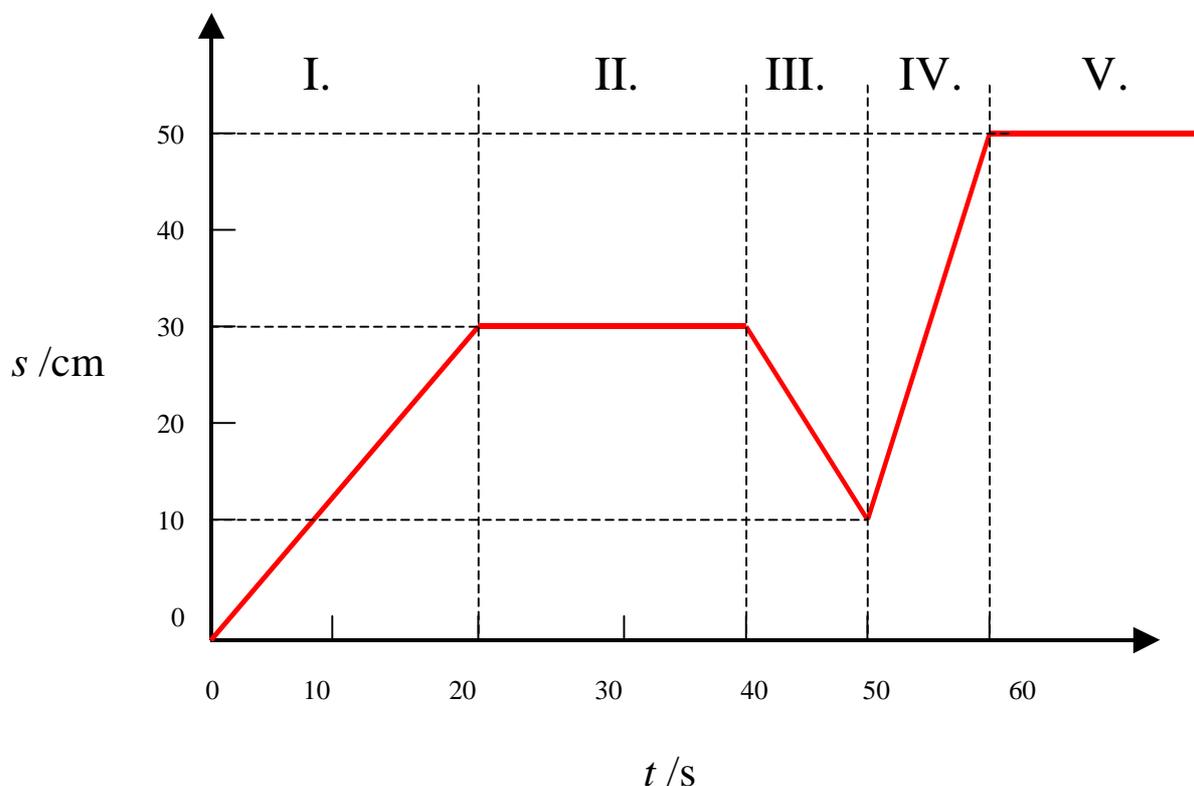
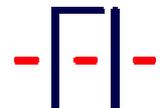


Abbildung 1:



11a. Wie groß sind die Geschwindigkeiten in den Abschnitten I bis V?

$$\text{Abschnitt I.: } v_I = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{(30 - 0) \text{ cm}}{(20 - 0) \text{ s}} = 0,015 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Abschnitt II.: } v_{II} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{(0 - 0) \text{ cm}}{(40 - 20) \text{ s}} = 0 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Abschnitt III.: } v_{III} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{(10 - 30) \text{ cm}}{(50 - 40) \text{ s}} = -0,02 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Abschnitt IV.: } v_{IV} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{(50 - 10) \text{ cm}}{(60 - 50) \text{ s}} = 0,04 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Abschnitt V.: } v_V = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = 0 \text{ m s}^{-1}$$

11b. Wie groß ist die Durchschnittsgeschwindigkeit in den Abschnitten I bis IV?

$$\text{Durchschnittsgeschwindigkeit} = \frac{\text{Endposition} - \text{Anfangsposition}}{\text{benötigte Zeit}}$$

$$\bar{v} = \frac{(50 - 0) \text{ cm}}{60 \text{ s}} = 0,00833 \text{ m s}^{-1}$$

11c. Welche Werte haben die kleinste und die größte Geschwindigkeit?

$$\text{Minimum im Abschnitt III.: } v_{III} = -0,02 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Maximum im Abschnitt IV.: } v_{IV} = +0,04 \text{ m s}^{-1}$$

11d. Wie groß ist der in 60 s insgesamt zurückgelegte Weg, welche Strecke wurde zurückgelegt?

Es wird zwischen Gesamtweg und Strecke unterschieden. Der Unterschied ist ähnlich wie in Aufgabe 8 bei der unterschiedlichen Definitionen der Durchschnittsgeschwindigkeit.

Der gesamte zurückgelegte Weg ergibt sich aus der Addition der Beträge aller Teilstrecken.

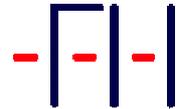
$$|s| = |\Delta s_1| + |\Delta s_2| + \dots + |\Delta s_n|$$

$$|s| = |30 \text{ cm}| + |0 \text{ cm}| + |-20 \text{ cm}| + |40 \text{ cm}| = 90 \text{ cm}$$

Bei der Gesamtstrecke werden die Wegstücke vektoriell (bei einer eindimensionalen Bewegung unter Berücksichtigung der Vorzeichen) addiert.

$$s = \Delta s_1 + \Delta s_2 + \dots + \Delta s_n$$

$$s = 30 \text{ cm} + 0 \text{ cm} - 20 \text{ cm} + 40 \text{ cm} = 50 \text{ cm}$$



12. Diskutieren Sie das  $s$ - $t$ -Diagramm der Abb. 2 in ähnlicher Weise wie in Aufg. 11 und beantworten Sie folgende Fragen:

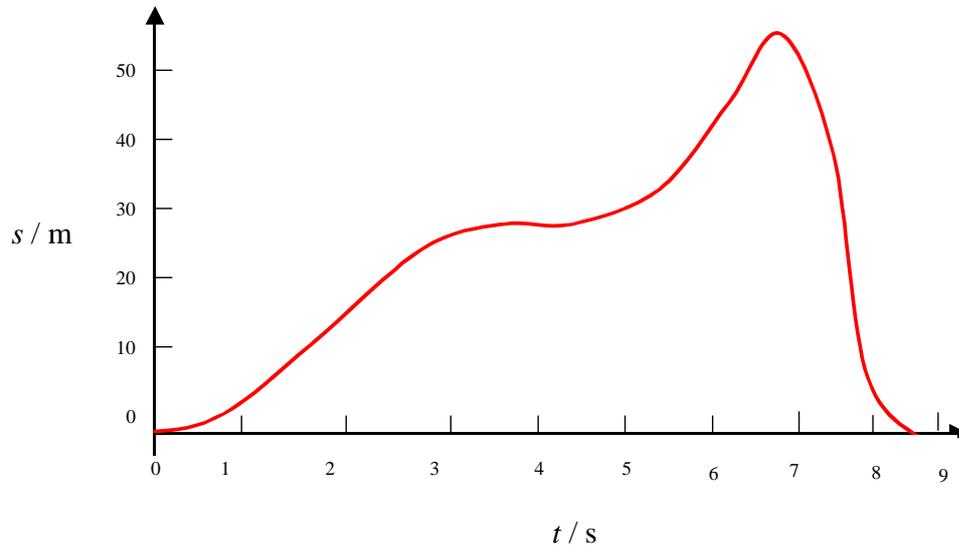


Abbildung 2:

- 12a. In welchen Bereichen ist die Geschwindigkeit positiv, Null oder negativ.  
 12b. Finden Sie die Punkte mit maximaler und minimaler Geschwindigkeit. Schätzen Sie Zahlenwerte für die Geschwindigkeit.  
 12c. In welchen Bereichen ist die Geschwindigkeit konstant?  
 12d. In welchen Bereichen ist die Bewegung beschleunigt? Welches Vorzeichen hat die Beschleunigung?

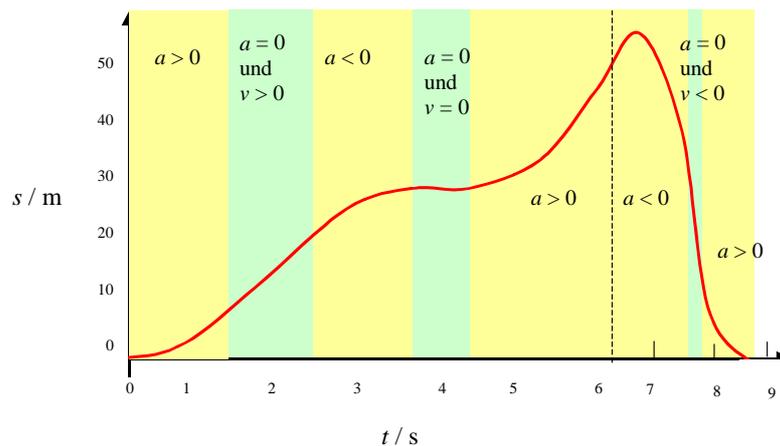
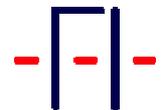


Abbildung 2:

- 12e. Schätzen Sie Werte für die Beschleunigungen.

Man kann dazu sowohl 
$$a = \frac{2s}{t^2}$$



als auch  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$  verwenden,

wobei die Werte für  $v_i$  als Tangenten im  $vt$ -Diagramm gewonnen werden.

12f. Skizzieren Sie die zugehörigen  $vt$ - und  $at$ -Diagramme.

13. Abbildung 3 zeigt schematisch das  $vt$ -Diagramm eines Rennwagens.

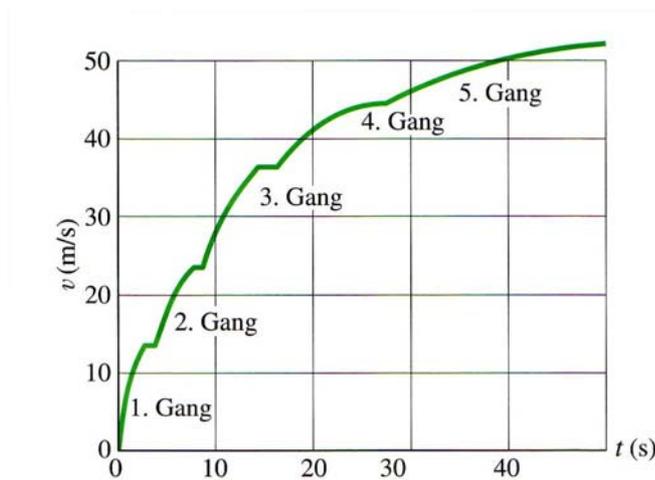


Abbildung 3:

13a. Schätzen Sie die mittlere Beschleunigungen in den verschiedenen Gängen und skizzieren Sie das  $at$ -Diagramm.

Beispiel für 1. Gang:  $a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \approx \frac{14 \text{ m s}^{-1}}{3 \text{ s}} = 4,7 \text{ m s}^{-2}$

Beispiel für 5. Gang:  $a_5 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \approx \frac{(52 - 44) \text{ m s}^{-1}}{(50 - 27) \text{ s}} = 0,35 \text{ m s}^{-2}$

13b. Skizzieren Sie das  $at$ -Diagramm.

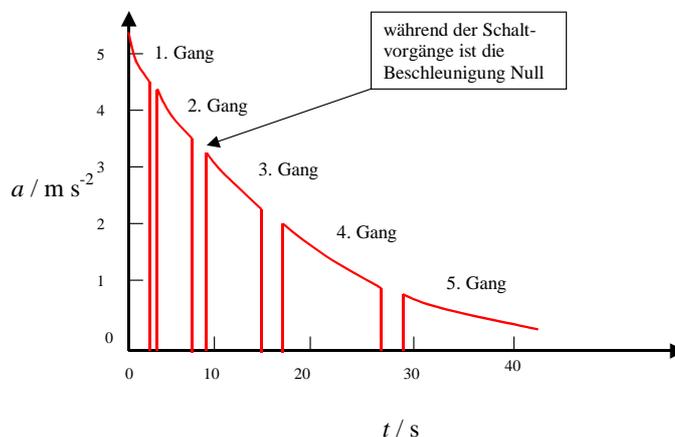
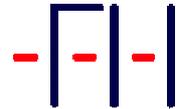


Abbildung 3a:  $at$ -Diagramm zum  $vt$ -Diagramm in Abbildung 3



13c. Beschreiben Sie das  $st$ -Diagramm.

Die zeichnerische Darstellung ist schwierig. In Zeiten, in denen die Beschleunigung ungleich Null ist, erscheint im  $st$ -Diagramm eine Parabel, die zunächst (im 1. Gang) sehr steil und dann (bis zum 5. Gang) immer flacher verläuft. In den Zeiten mit Beschleunigung Null ist  $v$  konstant, im  $st$ -Diagramm entspricht dies einer Geraden.

14. Eine Weltklassesprinterin kann auf den ersten 15 m eines Laufs ihre Spitzengeschwindigkeit von  $11,5 \text{ m s}^{-1}$  erreichen. Wie groß ist die Durchschnittsbeschleunigung und wie lange benötigt sie, um die Spitzengeschwindigkeit zu erreichen?

Näherung als gleichmäßig beschleunigte Bewegung

mit Durchschnittsbeschleunigung:  $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{v}{t}$  da  $v_1 = 0$  und  $t_1 = 0$ .

Es gilt:  $s(t) = \frac{1}{2} \bar{a} t^2$

einsetzen:  $s(t) = \frac{1}{2} \bar{a} \frac{v^2}{\bar{a}^2} = \frac{v^2}{2\bar{a}}$

Lösung:  $\bar{a} = \frac{v^2}{2s} = \frac{11,5^2 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}}{2 \cdot 15 \text{ m}} = 4,4 \text{ m s}^{-2}$

Beschleunigungszeit:  $t = \frac{v}{\bar{a}} = \frac{11,5}{4,4} \text{ s} = 2,6 \text{ s}$

15. Der Anhalteweg  $s_A$  eines Fahrzeugs setzt sich zusammen aus Reaktionsweg und dem reinen Bremsweg. Stellen Sie eine allgemeine Beziehung für  $s_A = s_A(v_0, t_R, a_B)$  auf, wobei  $v_0$  die Anfangsgeschwindigkeit des Fahrzeugs,  $t_R$  die Reaktionszeit des Fahrers und  $a = |a_0|$  der Betrag der Bremsverzögerung ist.

Gesamtweg = Reaktionsweg + Bremsweg:  $s_A = s_R + s_B$

Abb. 4. zeigt das  $vt$ -Diagramm und verdeutlicht die verschiedenen Möglichkeiten zur Bestimmung des Gesamtweges in 15a. und 15b.

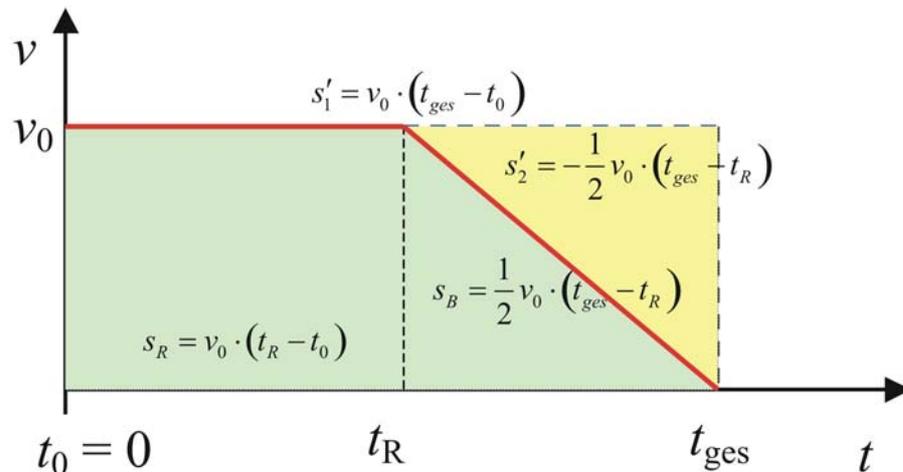
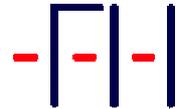


Abbildung 4:  $v$ - $t$ -Diagramm für Aufgabe 15 mit Bestimmung des Weges durch Integration.

**15a. Graphische Integration:** Der Weg ist das Integral im  $v$ - $t$ -Diagramm (= Fläche unter der  $v(t)$  Funktion (rote Linie)). Die Fläche unter Kurve besteht aus einem Rechteck:

$$s_R = v_0 \cdot (t_R - t_0)$$

und einem Dreieck:

$$s_B = \frac{1}{2} v_0 (t_{ges} - t_R)$$

Anhalteweg:

$$s_A = v_0 (t_R - t_0) + \frac{1}{2} v_0 (t_{ges} - t_R)$$

Die Steigung der Hypotenuse im gezeigten Dreieck entspricht der Beschleunigung

und es gilt:

$$|a_0| = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - v_0}{t_{ges} - t_R} = \left| \frac{-v_0}{t_{ges} - t_R} \right| = \frac{v_0}{t_{ges} - t_R}$$

und es folgt:

$$t_{ges} - t_R = \frac{v_0}{|a_0|}$$

Durch Einsetzen ergibt sich:  $s_A = v_0 (t_R - t_0) + \frac{v_0^2}{2a} = v_0 t_R + \frac{v_0^2}{2a}$  wenn  $t_0 = 0$

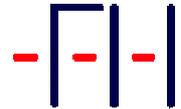
und zur Vereinfachung:  $a = |a_0|$  gesetzt wird.

Die graphische Integration ist wegen ihrer Anschaulichkeit sehr vorteilhaft. Aus diesem Grund ist es sehr empfehlenswert, zur Lösung eines kinematischen Problems zunächst ein  $v$ - $t$ -Diagramm zu zeichnen. Im  $v$ - $t$ -Diagramm erscheinen die zurückgelegten Wege als Fläche unter  $v(t)$  Funktion (Integrale) und die Beschleunigungen als Tangente der  $v(t)$  Funktion (Ableitungen).

**15b. Lösung mit Hilfe der kinematische Gleichungen:**

Für eine gleichförmige Bewegung gelten folgende drei Gleichungen:

1.  $s(t) = v_0 \cdot t + s_0$
2.  $v(t) = v_0 = konst.$



$$3. \quad a(t) \equiv 0$$

Für eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung gelten folgende drei Gleichungen:

$$1. \quad s(t) = \frac{1}{2} a_0 t^2 + v_0 \cdot t + s_0$$

$$2. \quad v(t) = a_0 t + v_0$$

$$3. \quad a(t) = a_0 = \text{konst.}$$

Während der Reaktionszeit ist die Bewegung gleichförmig. Es gilt also:

$$\text{Teilweg } s_R \quad s_R = v_0 \cdot (t_R - t_0) + s_0 = v_0 \cdot t_R, \text{ da } t_0 = 0 \text{ und } s_0 = 0.$$

Während der Bremszeit ist die Bewegung gleichmäßig beschleunigt, wobei die Beschleunigung ein negatives Vorzeichen besitzt.

$$\text{Bremsweg } s_B: \quad s_B = \frac{1}{2} a_0 (t_{ges} - t_R)^2 + v_0 \cdot (t_{ges} - t_R) + s_0$$

$$s_B = -\frac{1}{2} |a_0| (t_{ges} - t_R)^2 + v_0 \cdot (t_{ges} - t_R)$$

$$\text{Wie in 15a gezeigt gilt:} \quad |a_0| = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - v_0}{t_{ges} - t_R} = \left| \frac{-v_0}{t_{ges} - t_R} \right| = \frac{v_0}{t_{ges} - t_R}$$

$$\text{Setze:} \quad t_{ges} - t_R = \frac{v_0}{|a_0|}$$

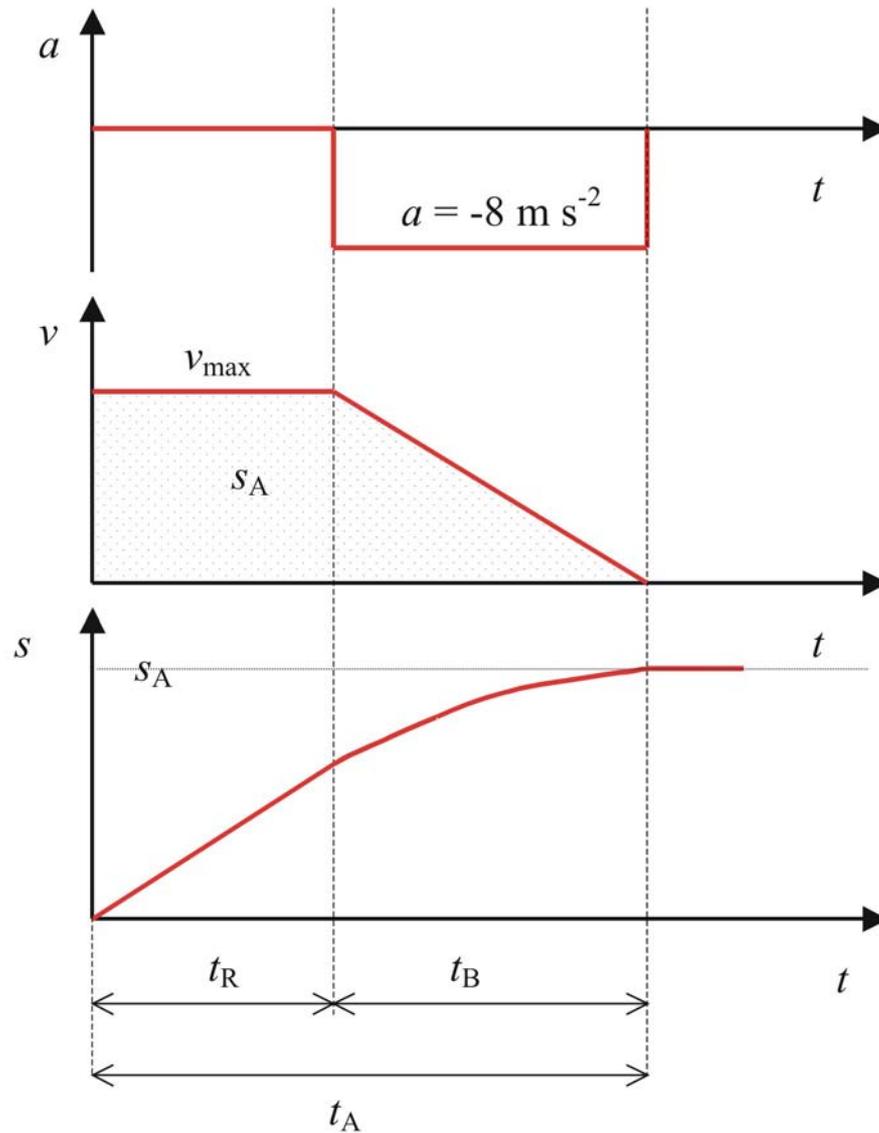
$$\text{in die Beziehung für } s_B: \quad s_B = -\frac{1}{2} \frac{v_0^2}{|a_0|} + \frac{v_0^2}{|a_0|} = +\frac{1}{2} \frac{v_0^2}{|a_0|}$$

$$\text{Durch Einsetzen ergibt sich:} \quad s_A = v_0 (t_R - t_0) + \frac{v_0^2}{2a} = v_0 t_R + \frac{v_0^2}{2a} \text{ wenn } t_0 = 0$$

$$\text{und zur Vereinfachung:} \quad a = |a_0| \text{ gesetzt wird.}$$

**16. Anwendung zu Aufg. 15:** Der Anhalteweg eines Pkw setzt sich aus dem Reaktionsweg (gleichförmige Bewegung vom Erkennen des Hindernisses bis zum Beginn des Bremsens) und dem tatsächlichen Bremsweg (gleichmäßig beschleunigte Bewegung) bis zum Stillstand zusammen. Die Reaktionszeit des Fahrers betrage 0,6 s und die Bremsverzögerung sei  $-8 \text{ m/s}^2$ .

**16a.** Skizzieren Sie die  $a$ - $t$ -,  $v$ - $t$ - und  $s$ - $t$ -Diagramme.



16b. Wie groß darf die *Geschwindigkeit* höchstens sein, wenn der *Anhalteweg* 10 m nicht überschreiten soll?

Anhalteweg  $s_A$ : 
$$s_A = v_{\max} \cdot t_R + \frac{1}{2} |a| t_B^2$$

$t_R$  Reaktionszeit,  $t_B$  Bremszeit,  $t_A = t_R + t_B$  gesamte Anhaltezeit

Bei gleichmäßiger Bremsbeschleunigung gilt: 
$$|a| = \left| \frac{\Delta v}{\Delta t} \right| = \frac{v_{\max}}{t_B}$$

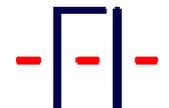
Einsetzen: 
$$s_A = v_{\max} \cdot t_R + \frac{1}{2} \frac{v_{\max}^2}{|a|}$$

$$v_{\max}^2 + 2 v_{\max} |a| t_R = 2 |a| s_A$$

$$v_{\max} = \pm \sqrt{|a|^2 t_R^2 + 2 |a| s_A} - |a| t_R$$

$$v_{\max} = \left( \pm \sqrt{8^2 \cdot 0,6^2 + 2 \cdot 8 \cdot 10} - 8 \cdot 0,6 \right) \frac{m}{s}$$

$$v_{\max} = 8,7292 \frac{m}{s} = 31,4 \frac{km}{h}$$



16c. Wie groß ist die Bremszeit und wie groß sind der Reaktionsweg und der reine Bremsweg?

Bremszeit:

$$t_B = \frac{v_{\max}}{|a|} = \frac{8,7292}{8} s = 1,09 s$$

$$s_R = v_{\max} \cdot t_R = (8,7292 \cdot 0,6) m = 5,24 m$$

$$s_B = \frac{1}{2} |a| t_B^2 = \left( \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 1,09^2 \right) m = 4,76 m$$

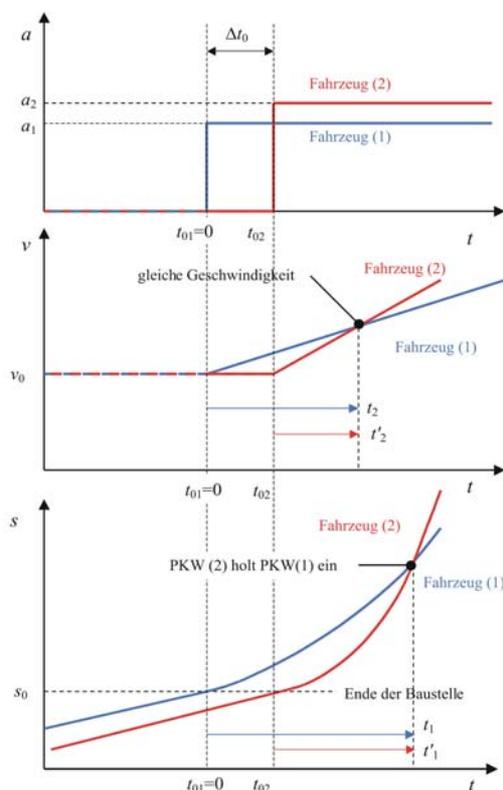
16d. Wie groß ist die mittlere Geschwindigkeit (Durchschnittsgeschwindigkeit) für den gesamten Anhalteweg?

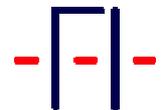
Durchschnittsgeschwindigkeit:

$$\bar{v} = \frac{s_{\text{ges}}}{t_{\text{ges}}} = \frac{10 m}{(0,6 + 1,09) s} = 5,92 \frac{m}{s} = 21,3 \frac{km}{h}$$

17. In einem Baustellenbereich fahren zwei PKW mit gleicher Geschwindigkeit  $v_0 = 80 \text{ km h}^{-1}$  im Abstand von 60m hintereinander (Nr. 1 fährt voraus, Nr. 2 folgt). Am Ende der Geschwindigkeitsbegrenzung beginnen beide PKW gleichmäßig zu beschleunigen: Fahrzeug (2) mit  $a_2 = 1 \text{ m s}^{-2}$ , Fahrzeug (1) mit 80% der Beschleunigung  $a_2$ . (Setzen Sie den Zeitpunkt  $t_{01} = 0$ , wenn Fahrzeug (1) das Ende der Geschwindigkeitsbegrenzung passiert.)

17a. Zeichnen Sie das  $a$ - $t$ -, das  $v$ - $t$ - und das  $s$ - $t$ -Diagramm für die beiden Fahrzeuge.





17b. In welcher Entfernung vom Ende der Baustelle erreicht Fahrzeug (2) das Fahrzeug (1)?

Die Bezeichnung des Wegpunktes am Ende der Baustelle sei  $s_0$ .

PKW(1) ist zur Zeit  $t_{01}$  bei  $s_0$ :  $s_1(t_{01}) = s_0$

PKW(2) ist zur Zeit  $t_{02}$  bei  $s_0$ :  $s_2(t_{02}) = s_0$

Der Abstand der beiden PKW vor dem Ende der Baustelle ist  $\Delta s_0 = 60\text{ m}$ . Dies entspricht dem zeitlichen Abstand von:  $\Delta t_0 = t_{02} - t_{01}$ ,

und es gilt:  $v_0 = \frac{\Delta s_0}{\Delta t_0} = \frac{\Delta s_0}{t_{02} - t_{01}}$

Die Zeitdifferenz  $\Delta t_0$  ist:  $\Delta t_0 = \frac{\Delta s_0}{v_0} = \frac{60\text{ m} \cdot 3,6\text{ s}}{80\text{ m}} = 2,7\text{ s}$

Weg-Zeit-Funktion für PKW (1):  $s_1(t) = \frac{1}{2} a_1 (t - t_{01})^2 + v_0 (t - t_{01}) + s_0$

Weg-Zeit-Funktion für PKW (2):  $s_2(t) = \frac{1}{2} a_2 (t - t_{02})^2 + v_0 (t - t_{02}) + s_0$

Wenn PKW (2) den PKW (1) bei  $t_1$  erreicht, gilt:  $s_1(t_1) = s_2(t_1)$

$$\frac{1}{2} a_1 (t_1 - t_{01})^2 + v_0 (t_1 - t_{01}) = \frac{1}{2} a_2 (t_1 - t_{02})^2 + v_0 (t_1 - t_{02})$$

Wähle zur Vereinfachung:  $t_{01} = 0$  für  $s_0 = 0$ , dann gilt:  $t_{02} = \Delta t_0$

sowie:  $a_1 = \chi \cdot a_2 = 0,8 \cdot a_2$

Es folgt:  $\chi a_2 t_1^2 + 2 v_0 t_1 = a_2 (t_1 - \Delta t_0)^2 + 2 v_0 (t_1 - \Delta t_0)$

$$\chi a_2 t_1^2 = a_2 (t_1^2 - 2 \Delta t_0 t_1 + (\Delta t_0)^2) - 2 v_0 \Delta t_0$$

$$a_2 (1 - \chi) t_1^2 - 2 a_2 \Delta t_0 t_1 = 2 v_0 \Delta t_0 - a_2 (\Delta t_0)^2$$

Umformung:  $t_1^2 - 2 \frac{\Delta t_0}{1 - \chi} t_1 + \left( \frac{\Delta t_0}{1 - \chi} \right)^2 = \left( \frac{2 v_0}{a_2 \Delta t_0 (1 - \chi)} + \left( \frac{1}{1 - \chi} \right)^2 - \frac{1}{1 - \chi} \right) (\Delta t_0)^2$

Definiere zur Vereinfachung:  $\delta = \frac{1}{1 - \chi} = \frac{1}{1 - 0,8} = 5$

$$(t_1 - \delta \Delta t_0)^2 = \left( \frac{2 v_0 \delta}{a_2 \Delta t_0} + \delta^2 - \delta \right) \Delta t_0^2$$

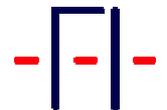
$$t_1 = \Delta t_0 \left( \delta \pm \sqrt{\frac{2 v_0 \delta}{a_2 \Delta t_0} + \delta^2 - \delta} \right)$$

$$t_1 = 2,7\text{ s} \cdot (5 \pm \sqrt{82,296 + 25 - 5}) = 2,7\text{ s} \cdot (5 \pm 10,114)$$

Positive Lösung:  $t_{11} = 40,808\text{ s}$

(Negative Lösung:  $t_{12} = -13,808\text{ s}$  entfällt)

Fahrzeug (1) wird von Fahrzeug (2) nach  $t_1 = 40,808\text{ s}$  nachdem das Fahrzeug (1) das Ende der Baustelle passiert hat ein. Der zurückgelegte Weg ist:



$$s_1(t_1) = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 + v_0 t_1$$

$$s_1(t_1) = \frac{1}{2} \cdot 0,8 \frac{m}{s^2} \cdot (40,8s)^2 + 22,22 \frac{m}{s} \cdot 40,8s = 1573m$$

**Kontrolle:** Da Fahrzeug (2)  $\Delta t_0 = 2,7s$  später als Fahrzeug (1) das Ende der Baustellen erreicht, vergeht die Zeit  $t'_1 = (40,808 - 2,7)s = 38,108s$  bis Fahrzeug (2) nach dem Passieren des Endes der Baustelle das Fahrzeug (1) eingeholt hat.

Der zurückgelegte Weg berechnet sich mit Hilfe von  $t'_1$ :

$$s_2(t'_1) = \frac{1}{2} a_2 (t'_1)^2 + v_0 t'_1$$

$$s_2(t'_1) = \frac{1}{2} 1 \frac{m}{s^2} (38,1)^2 + 22,22 \frac{m}{s} \cdot 38,1s = 1573m$$

**17c. Welche Geschwindigkeit haben die beiden Fahrzeuge zu diesem Zeitpunkt?**

Geschwindigkeit von Fahrzeug (1):  $v_1(t) = a_1 t + v_0$

Geschwindigkeit für  $t_1 = 40,8s$ :

$$v_1(t_1) = a_1 t_1 + v_0 = (0,8 \cdot 40,8 + 22,22) \frac{m}{s} = 54,87 \frac{m}{s}$$

$$v_1(t_1) = 197,5 \frac{km}{h}$$

Geschwindigkeit von Fahrzeug (2):  $v_2(t) = a_2 t + v_0$

Geschwindigkeit für  $t'_1 = 38,1s$ :  $v_2(t'_1) = a_2 t'_1 + v_0 = (1 \cdot 38,1 + 22,22) \frac{m}{s} = 60,33 \frac{m}{s}$

$$v_2(t'_1) = 217,2 \frac{km}{h}$$

**17d. Zu welchem Zeitpunkt (bzgl.  $t_{01}$ ) besitzen beide Fahrzeug gleiche Geschwindigkeit?**

Die Geschwindigkeiten der beiden Fahrzeuge sind gleich, wenn gilt:

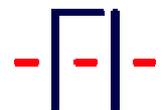
$$a_1 t_2 + v_0 = a_2 (t_2 - \Delta t_0) + v_0$$

$$a_1 t_2 = a_2 t_2 - a_2 \Delta t_0$$

$$t_2 = \frac{a_2}{a_2 - a_1} \Delta t_0 = \frac{1}{1 - 0,8} \Delta t_0 = 5 \Delta t_0 = 13,5s$$

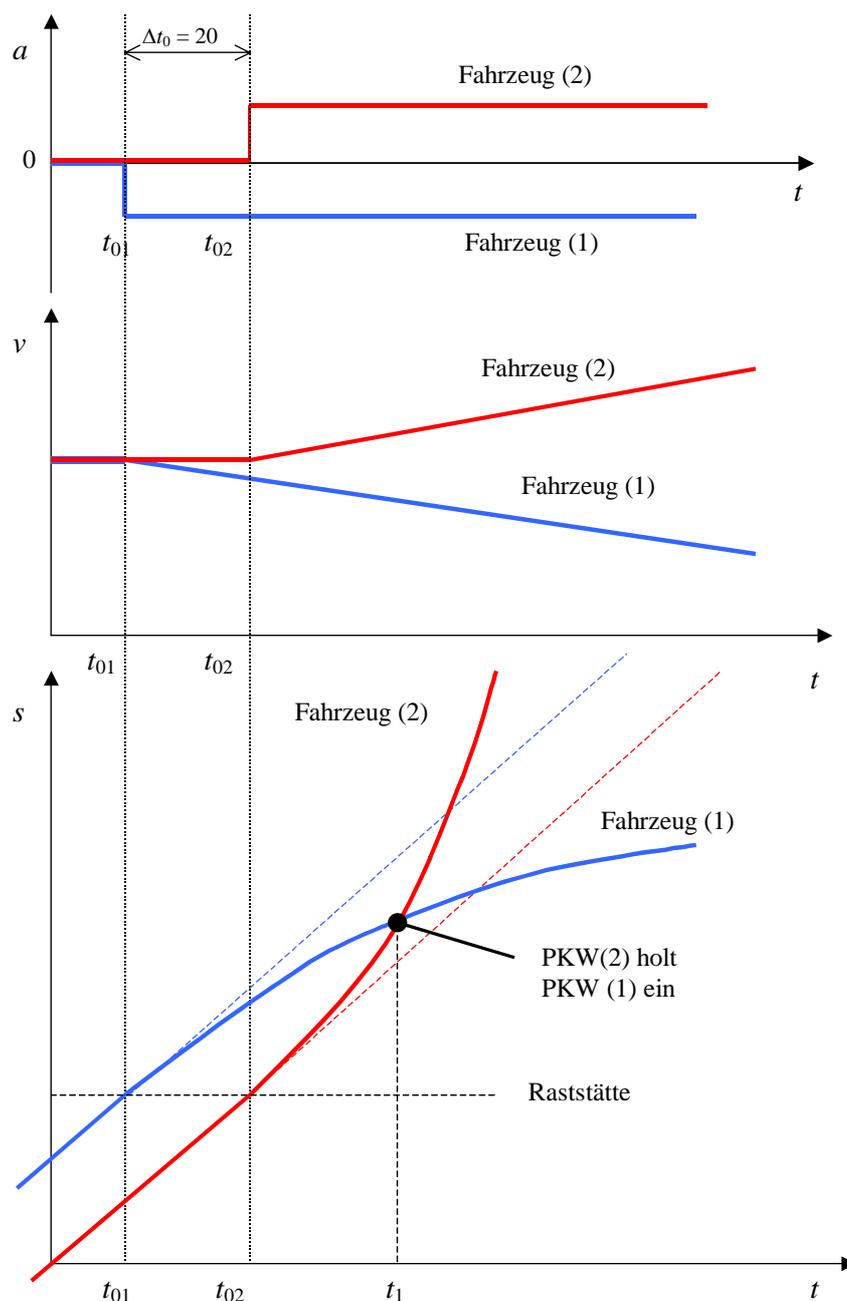
$$t'_2 = t_2 - \Delta t_0 = 4 \Delta t_0 = 10,8s$$

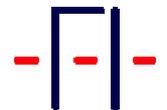
**18. Zwei Fahrzeuge fahren mit gleicher Geschwindigkeit  $v_0 = 90 km h^{-1}$  an der Raststätte Hildesheim der A7 im zeitlichen Abstand von 20 s vorbei (Fahrzeug 1 fährt voraus, Fahrzeug 2 folgt hinterher). Fahrzeug 1 beginnt in Höhe der Raststätte mit der Bremsbeschleunigung  $a_1 = -0,2 m s^{-1}$  abzubremsen,**



während Fahrzeug 2 beim Erreichen der Raststätte mit  $a_2 = +0,2 \text{ m s}^{-1}$  beschleunigt.

18a. Zeichnen Sie die  $a-t$ , das  $v-t$  und  $s-t$ -Diagramme beider Fahrzeuge.





18b. In welcher Distanz zur Raststätte Hildesheim hat Fahrzeug 2 das Fahrzeug 1 eingeholt?

PKW (1) ist zur Zeit  $t_{01}$  an der Raststätte:  $s_1(t_{01}) = s_0$

PKW (2) ist zur Zeit  $t_{02}$  an der Raststätte:  $s_2(t_{02}) = s_0$

Der zeitliche Abstand der beiden PKW an der Raststätte  $\Delta t_0 = t_{02} - t_{01} = 20 \text{ s}$ . Dies entspricht einem Abstand von:

$$\Delta s = v_0 \cdot \Delta t_0 = 500 \text{ m},$$

Weg-Zeit-Funktion für PKW (1):  $s_1(t) = \frac{1}{2} a_1 (t - t_{01})^2 + v_0 (t - t_{01}) + s_0$

Weg-Zeit-Funktion für PKW (2):  $s_2(t) = \frac{1}{2} a_2 (t - t_{02})^2 + v_0 (t - t_{02}) + s_0$

Wenn PKW (2) den PKW (1) bei  $t_1$  erreicht, gilt:  $s_1(t_1) = s_2(t_1)$

Einsetzen:  $\frac{1}{2} a_1 (t_1 - t_{01})^2 + v_0 (t_1 - t_{01}) = \frac{1}{2} a_2 (t_1 - t_{02})^2 + v_0 (t_1 - t_{02})$

Wähle zur Vereinfachung:  $t_{01} = 0$  für  $s_0 = 0$ , Es gilt dann:  $t_{02} = \Delta t_0$

sowie:  $a_1 = -a$  und  $a_2 = +a$  mit  $a = |a_1| = |a_2| = 0,2 \text{ m s}^{-2}$

Es folgt:

$$-a t_1^2 + 2 v_0 t_1 = a (t_1 - \Delta t_0)^2 + 2 v_0 (t_1 - \Delta t_0)$$

$$-a t_1^2 = a (t_1^2 - 2 \Delta t_0 t_1 + (\Delta t_0)^2) - 2 v_0 \Delta t_0$$

$$2 a t_1^2 - 2 a \Delta t_0 t_1 = 2 v_0 \Delta t_0 - a (\Delta t_0)^2$$

Umformung:  $t_1^2 - 2 \frac{\Delta t_0}{2} t_1 + \left(\frac{\Delta t_0}{2}\right)^2 = \left(\frac{v_0}{a \Delta t_0} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) (\Delta t_0)^2$

$$\left(t_1 - \frac{\Delta t_0}{2}\right)^2 = \left(\frac{v_0}{a \Delta t_0} - \frac{1}{4}\right) \Delta t_0^2$$

$$t_1 - \frac{\Delta t_0}{2} = \Delta t_0 \cdot \left(\pm \sqrt{\frac{v_0}{a \Delta t_0} - \frac{1}{4}}\right)$$

$$t_1 = \Delta t_0 \left(\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{v_0}{a \Delta t_0} - \frac{1}{4}}\right)$$

$$t_1 = 20 \text{ s} \left(\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{25 \text{ m s}^{-1}}{0,2 \text{ m s}^{-2} \cdot 20 \text{ s}} - \frac{1}{4}}\right) = 20 \text{ s} (0,5 \pm \sqrt{6})$$

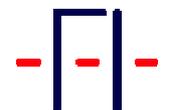
Positive Lösung:  $t_{11} = 58,98 \text{ s}$

(Negative Lösung:  $t_{12} = -38,98 \text{ s}$  entfällt)

Fahrzeug 1 wird von Fahrzeug 2  $t_1 = 58,98 \text{ s}$  nachdem Fahrzeug 1 die Raststätte Hildesheim passiert hat, eingeholt. Der zurückgelegte Weg ist:

$$s_1(t_1) = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 + v_0 t_1$$

$$s_1(t_1) = \frac{1}{2} \left(-0,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) (58,98 \text{ s})^2 + 25 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 58,98 \text{ s} = 1126 \text{ m}$$



**Kontrolle:** Da Fahrzeug 2  $\Delta t_0 = 20\text{ s}$  später als Fahrzeug 1 die Raststätte erreicht, vergeht die Zeit  $t'_1 = (58,98 - 20,00)\text{ s} = 38,98\text{ s}$  bis Fahrzeug 2 nach dem Passieren der Raststätte das Fahrzeug (1) eingeholt hat.

Der zurückgelegte Weg berechnet sich mit Hilfe von  $t'_1$ :

$$s_2(t'_1) = \frac{1}{2} a_2 (t'_1)^2 + v_0 t'_1$$

$$s_2(t'_1) = \frac{1}{2} \left( +0,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) (38,98\text{ s})^2 + 25 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 38,98\text{ s} = 1126\text{ m}$$

19. Ein PKW(1), der mit konstanter Geschwindigkeit von  $72\text{ kmh}^{-1}$  fährt, wird von einem anderen PKW(2) mit  $90\text{ kmh}^{-1}$  überholt. Im Moment des Überholens beschleunigt PKW(1), während PKW(2) mit konstanter Geschwindigkeit weiter fährt. Laut Herstellerangaben benötigt PKW(1) für die Geschwindigkeitserhöhung von  $60\text{ kmh}^{-1}$  auf  $100\text{ kmh}^{-1}$  eine Zeit von  $8,5\text{ s}$ .

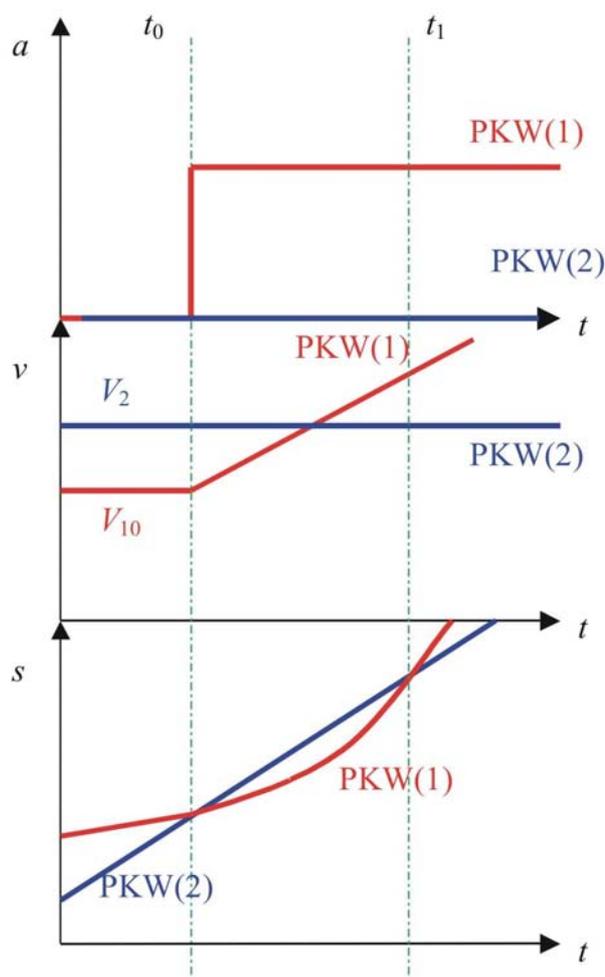
- 19a. Zeichnen Sie ein  $a$ - $t$ -,  $v$ - $t$ - und  $s$ - $t$ -Diagramm für beide Fahrzeuge.

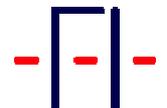
a-t-, v-t- und s-t-Diagramm.

Bei  $t_0 = 0$  überholt PKW(2) PKW(1).  
PKW(1) beginnt zu beschleunigen.  
Beschleunigung von PKW(2) ist Null.

Bei  $t_0 = 0$  beginnt die Geschwindigkeit von PKW(1) zu wachsen.  
Geschwindigkeit von PKW(2) bleibt konstant.

Für PKW(2) nimmt der Weg linear mit der Zeit zu. Für PKW(1) beginnt bei  $t_0 = 0$  eine zusätzliche quadratische Zunahme. Bei  $t_1$  hat PKW(1) den PKW(2) dann wieder eingeholt.





19b. Berechnen Sie die Beschleunigung von PKW(1).

Beschleunigung von PKW(1): 
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(100 - 60)10^3 \text{ m}}{8,5 \text{ s} \cdot 3600 \text{ s}} = 1,31 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

19c. Welche Zeit liegt zwischen den beiden Überholvorgängen?

Für PKW(1) gilt: 
$$s_1(t) = \frac{1}{2} a t^2 + v_{10} t$$

Für PKW(2) gilt: 
$$s_2(t) = v_2 t$$

Beim Überholen gilt: 
$$s_1(t_{0/1}) = s_2(t_{0/1})$$

$$\frac{1}{2} a t_{0/1}^2 + v_{10} t_{0/1} = v_2 t_{0/1}$$

$$\frac{1}{2} a t_{0/1}^2 = t_{0/1} (v_2 - v_{10})$$

Lösung 0 (Trivillösung): 
$$t_0 = 0 \text{ s}$$

Lösung 1: 
$$t_1 = \frac{2(v_2 - v_1)}{a} = \frac{2(90 - 72) \text{ m s}^{-1}}{1,307 \text{ m s}^{-2}} = 7,65 \text{ s}$$

Ergebnis 
$$\Delta t = t_1 - t_0 = 7,65 \text{ s}$$

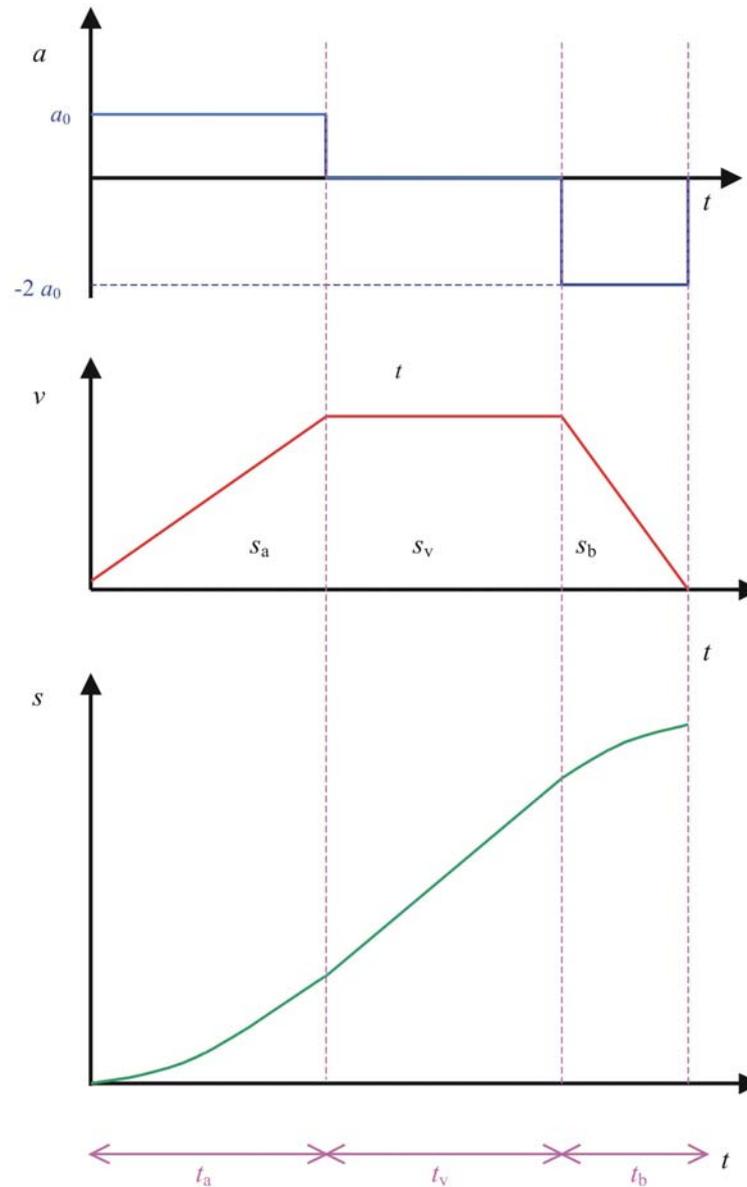
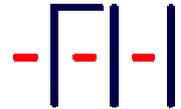
19d. Nach welcher Wegstrecke wird PKW(2) vom PKW(1) überholt?

Für PKW(1): 
$$s_1(\Delta t) = \frac{1}{2} a t_1^2 + v_{10} t_1 = 191,3 \text{ m}$$

für PKW(2) (nur Kontrolle): 
$$s_2(\Delta t) = v_2 t_1 = \frac{90}{3,6} 7,65 \text{ m} = 191,3 \text{ m}$$

20. Ein Fahrzeug (Nr. 1) durchfährt aus dem Stand eine 0,5 km lange Strecke zwischen zwei Ampeln im Stadtverkehr. Zunächst beschleunigt das Fahrzeug bis zum Erreichen einer Geschwindigkeit von  $v_{\max} = 54 \text{ km h}^{-1}$ , fährt anschließend einige Zeit mit konstanter Geschwindigkeit und bremst dann gleichmäßig ab. Der Betrag der Bremsverzögerung ist doppelt so groß wie der Betrag der Anfangsbeschleunigung.

20a. Skizzieren Sie das  $a-t$ -, das  $v-t$ - und das  $s-t$ -Diagramm.

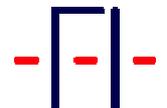


20b. Die gesamte Fahrzeit beträgt 50 s. Wie groß sind die Beschleunigung  $a_0$  und die Bremsverzögerung  $a_b$ ?

Beschleunigung: 
$$a_0 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{\max} - 0}{t_a - 0} = \frac{v_{\max}}{t_a}$$

für die Beschleunigungszeit gilt: 
$$t_a = \frac{v_{\max}}{a_0}$$

Für die Bremsverzögerung gilt: 
$$a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - v_{\max}}{t_b - 0} = -\frac{v_{\max}}{t_b}$$



für die Bremszeit folgt: 
$$t_B = \frac{0 - v_{\max}}{a_B} = -\frac{v_{\max}}{a_B}$$

Es gilt laut Aufgabenstellung: 
$$a_b = -2 a_0$$

es folgt für die Bremszeit: 
$$t_b = -\frac{v_{\max}}{a_b} = -\frac{v_{\max}}{(-2 a_0)} = \frac{1}{2} t_a$$

Zeit mit maximaler Geschwindigkeit: 
$$t_v = \frac{v_{\max}}{s_v}$$

Für die Gesamtstrecke gilt: 
$$s_{ges} = s_a + s_v + s_b$$

Es folgt: 
$$s_{ges} = \frac{1}{2} a_0 t_a^2 + v_{\max} t_v + \left( v_{\max} t_b + \frac{1}{2} a_b t_b^2 \right)$$

Für die Gesamtzeit gilt: 
$$t_{ges} = t_a + t_v + t_b = t_a + t_v + \frac{1}{2} t_a = \frac{3}{2} t_a + t_v$$

Einsetzen: 
$$s_{ges} = \frac{1}{2} \frac{v_{\max}^2}{a_0} + v_{\max} \left( t_{ges} - \frac{3}{2} \frac{v_{\max}}{a_0} \right) + \left( v_{\max} \frac{v_{\max}}{2 \cdot a_0} + \frac{1}{2} (-2 a_0) \left( \frac{v_{\max}}{2 \cdot a_0} \right)^2 \right)$$

Es folgt: 
$$s_{ges} = \frac{1}{2} \frac{v_{\max}^2}{a_0} + v_{\max} t_{ges} - \frac{3}{2} \frac{v_{\max}^2}{a_0} + \frac{1}{2} \frac{v_{\max}^2}{a_0} - \frac{1}{4} \frac{v_{\max}^2}{a_0} = -\frac{3}{4} \frac{v_{\max}^2}{a_0} + v_{\max} t_{ges}$$

Lösung für die Beschleunigung: 
$$a_0 = \frac{3 \cdot v_{\max}^2}{4 \cdot (v_{\max} t_{ges} - s_{ges})} = 0,675 \frac{m}{s^2}$$

Bremsverzögerung: 
$$a_b = -2 a_0 = -1,35 \frac{m}{s^2}$$

**20c.** Wie lang sind die Streckenabschnitte der beschleunigten und der gleichförmigen Bewegung und der Bremsweg?

Beschleunigungsstrecke: 
$$s_a = \frac{1}{2} a_0 \left( \frac{v_{\max}}{a_0} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{v_{\max}^2}{a_0} = 166,66 \text{ m}$$

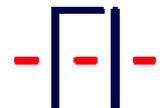
Strecke mit  $v_{\max}$ : 
$$s_v = v_{\max} t_v = v_{\max} \left( t_{ges} - \frac{3}{2} t_a \right) = v_{\max} t_{ges} - \frac{3}{2} \frac{v_{\max}^2}{a_0} = 250 \text{ m}$$

Bremsweg: 
$$s_b = v_{\max} t_b + \frac{1}{2} a_b t_b^2 = \frac{1}{2} \frac{v_{\max}^2}{a_0} + \frac{1}{2} (-2 a_0) \frac{v_{\max}^2}{4 a_0^2} = \frac{1}{4} \frac{v_{\max}^2}{a_0} = 83,33 \text{ m}$$

**20d.** Fahrzeug Nr. 1 wird beim Start von einem anderen Fahrzeug Nr. 2 mit  $v_2 = 36 \text{ km h}^{-1}$  überholt. Nr. 1 fährt wie oben beschrieben. Fahrzeug Nr. 2 fährt mit konstanter Geschwindigkeit weiter. Nach welcher Strecke überholt Fahrzeug Nr. 1 das Fahrzeug Nr. 2?

**Vorüberlegung:**

Nr. 1 benötigt bis zum Bremsen: 
$$t_1 = \frac{v_{\max}}{a_0} + \frac{s_v}{v_{\max}} = 22,22 \text{ s} + 16,66 \text{ s} = 38,888 \text{ s}$$



Nr. 2 benötigt für 166,66 m:  $t_{21} = \frac{166,66m}{10 m/s} = 16,666 s$

Fahrzeug Nr. 2 benötigt für 250 m:  $t_{22} = \frac{250 m}{10 m/s} = 25,0 s$

Fahrzeug Nr. 2 hat nach 38,888 s eine Strecke von 388,88 m gefahren, während Fahrzeug Nr. 1 bereits 416,66 m weit gekommen ist. **Folgerung:** Fahrzeug Nr. 1 überholt Fahrzeug Nr. 2 während der gleichförmigen Bewegung mit  $v_{\max}$ .

Der Überholvorgang erfolgt zum Zeitpunkt  $t'$ . Beide Fahrzeuge haben zum Zeitpunkt  $t'$  die selbe Wegstrecke zurückgelegt.

Fahrzeug Nr. 1  $s'(t') = \frac{1}{2} a_0 t_a^2 + v_{\max} \cdot (t' - t_a)$

Fahrzeug Nr. 2:  $s'(t') = v_2 \cdot t'$

Zeit bis zum Überholpunkt:  $t' = \frac{1}{2} \frac{v_{\max}^2}{a_0 (v_{\max} - v_2)} = 33,33 s$

Fahrtstrecke für Nr. 1:  $s'(t') = \frac{1}{2} \frac{v_{\max}^2}{a_0} + v_{\max} \cdot (t' - t_a)$

$$s'(t') = 166,66 m + 166,66 m = 333,3 m$$

Fahrtstrecke für Nr. 2:  $s'(t') = v_2 \cdot t' = 333,3 m$

21. Zwei PKW fahren nebeneinander mit gleicher Geschwindigkeit auf eine grüne Ampel zu. Bei einem Abstand von 75 m schaltet die Ampel auf gelb. Die Gelbphase dauert 3 s. Beide Fahrer reagieren 0,8 s nach der Ampelschaltung: Fahrer Nr. 1 bremst gleichmäßig mit  $-3,5 m s^{-2}$  bis zum Stop direkt vor der Ampel, Fahrer Nr. 2 beschleunigt mit  $+2,5 m s^{-2}$ .

- 21a. Wie groß ist die Anfangsgeschwindigkeit der Fahrzeuge?

**Gegeben:** Gesamtstrecke  $s_{ges} = 75 m$ , Bremsverzögerung PKW(1):  $a_1 = -3,5 m s^{-2}$ , Beschleunigung PKW(2):  $a_2 = +2,5 m s^{-2}$  Reaktionszeit = Zeit mit gleichförmiger Geschwindigkeit:  $t_v = 0,8 s$ .

**Gesucht:** Anfangsgeschwindigkeit:  $v_0$

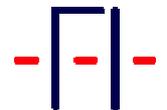
Es gilt für PKW(1):  $s_{ges} = s_v + s_{a1} = v_0 t_v + \frac{v_0^2}{2 |a_1|}$

Lösung für  $v_0$ :  $v_0 = \pm \sqrt{2 |a_1| s_{ges} + a_1^2 t_v^2} - |a_1| t_v = +20,28 \frac{m}{s} = 73,0 \frac{km}{h}$

- 21b. Kann Fahrzeug Nr. 1 noch während der Gelbphase stoppen?

Bremszeit PKW(1):  $t_{a1} = \frac{v_0}{a_{a1}} = 5,79 s \approx 5,8 s$

Gesamtzeit = Reaktionszeit + Bremszeit =  $0,8 s + 5,8 s = 6,6 s$ .



Ergebnis: PKW(1) stoppt nicht während der Gelbphase (Beachte: Das ist verkehrstechnisch völlig in Ordnung, weil PKW(1) vor der Ampel zum Stehen kommt).

**21c. Kann Fahrzeug Nr. 2 die Ampel noch während der Gelbphase passieren?**

Zurückgelegter Weg  $s_g$  von Fahrzeug Nr. 2 während der Gelbphase  $t_g = 3\text{ s}$  setzt sich aus dem Reaktionsweg und dem Weg mit gleichmäßiger Beschleunigung  $a_2$  zusammen.

Lösung: 
$$s_g = s_v + s_{a_2} = v_0 t_g + \frac{1}{2} a_2 (t_g - t_v)^2 = 66,9\text{ m}$$

Die Ampel (Entfernung: 75 m) kann also während der Gelbphase nicht erreicht werden. PKW(2) passiert die Ampel bei Rotlicht (was natürlich verboten ist).

**21d. Berechnen Sie die Beschleunigung, die nötig wäre, damit Fahrzeug Nr. 2 genau beim Umschalten von gelb auf rot die Ampel passiert.**

Gesamtstrecke  $s_{ges} = 75\text{ m}$ , Zeit mit gleichförmiger Geschwindigkeit:  $t_v = 0,8\text{ s}$ , Gesamtzeit der Gelbphase:  $t_g = 3\text{ s}$ , Beschleunigungszeit:  $t_a = (t_g - t_v) = 2,2\text{ s}$

Gesucht: Beschleunigung  $a'_2$ , so dass die Ampel in 3 s erreicht werden kann.

Es gilt: 
$$s_{ges} = s_v + s_a = v_0 t_g + \frac{1}{2} a'_2 (t_g - t_v)^2$$

Lösung: 
$$a'_2 = \frac{2 \cdot (s_{ges} - v_0 t_g)}{(t_g - t_v)^2} = 5,85 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(Bemerkung: Diese Beschleunigung ist sehr hoch. Mit  $5,85\text{ m/s}^2$  beschleunigt ein Fahrzeug "in 4,7 s von 0 auf 100 km/h". Fazit. Bremsen wäre besser.)

**22. Einer gut einsehbaren Kreuzung nähern sich auf der vorfahrtberechtigten Straße ein mit der konstanten Geschwindigkeit von 36 km/h fahrender Lkw und auf der senkrecht dazu verlaufenden anderen Straße ein Pkw, der zu diesem Zeitpunkt von der Kreuzung mit 150 m dreimal so weit entfernt ist wie der Lkw und eine Geschwindigkeit von 72 km/h besitzt. (Die Fahrzeuge sind punktförmig!)**

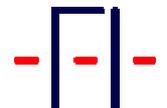
**22a. Wann erreicht der Lkw die Kreuzung?**

Entfernung LKW: 
$$s_{LKW} = \frac{1}{3} s_{PKW} = \frac{150\text{ m}}{3} = 50\text{ m}$$

Zeit für LKW bis zum Erreichen der Kreuzung:

$$t_{LKW} = \frac{s_{LKW}}{v_{LKW}} = \frac{50\text{ m}}{(36/3,6)\text{ m s}^{-1}} = \frac{50}{10}\text{ s} = 5\text{ s}$$

**22b. Um die Kreuzung noch vor dem Lkw passieren zu können, beschleunigt der Pkw- Fahrer gleichmäßig. Wie groß ist die Beschleunigung und welche Geschwindigkeit hat der Pkw auf der Kreuzung?**



Beschleunigte Bewegung mit Anfangsgeschwindigkeit:

$$s_{PKW} = v_{PKW}^0 t_{LKW} + \frac{1}{2} a_{PKW} t_{LKW}^2$$

Beschleunigung für PKW:

$$a_{PKW} = \frac{2(s_{PKW} - v_{PKW}^0 \cdot t_{LKW})}{t_{LKW}^2} = 4 \frac{m}{s^2}$$

Endgeschwindigkeit PKW:

$$v_{PKW}^{End} = v_{PKW}^0 + a_{PKW} \cdot t_{LKW}$$

$$v_{PKW}^{End} = 20 \frac{m}{s} + 4 \frac{m}{s^2} \cdot 5 s = 40 \frac{m}{s} = 144 \frac{km}{h}$$