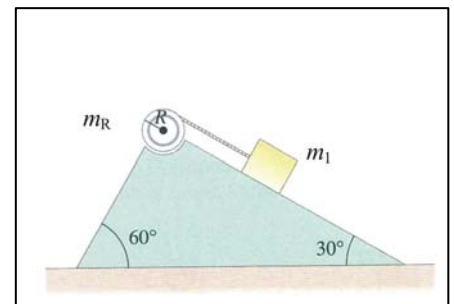


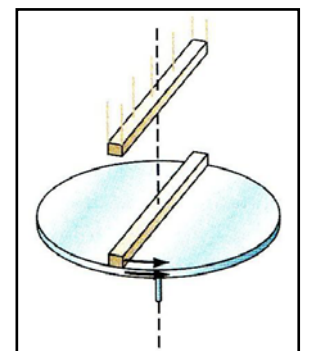
1. Bei Straßen mit erlaubter Höchstgeschwindigkeit von $v_0 = 70 \text{ km h}^{-1}$ empfiehlt die StVO für die Ampelgelbphase eine Dauer von 5 s. Nehmen Sie an, dass die Reaktionszeit $t_R = 1 \text{ s}$ beträgt, und dass eine Bremsverzögerung von $a_b = -5 \text{ m s}^{-2}$ nicht überschritten werden soll.
 - a. Skizzieren Sie das v - t -Diagramm für den Anhaltevorgang.
 - b. Welchen Abstand sollte ein mit Höchstgeschwindigkeit fahrender PKW nicht unterschreiten, um nach dem Umschalten von Grün auf Gelb vor der Ampel zum Stehen kommen zu können?
 - c. Welche Zeit benötigt der dafür erforderliche Anhaltevorgang?
2. Ein Stein wird von einem Balkon aus $h = 8 \text{ m}$ Höhe unter einem Winkel von $\alpha = 40^\circ$ gegen die Horizontale mit $v_0 = 12 \text{ m s}^{-1}$ schräg nach oben geworfen.
 - a. In welcher horizontalen Entfernung vom Abwurfpunkt schlägt der Stein auf dem Boden auf?
 - b. Wie groß ist der Betrag der Aufprallgeschwindigkeit?

3. Die Masse $m_1 = 1,5 \text{ kg}$ gleitet eine schiefe Ebene (Neigungswinkel 30°) hinab. Über ein Seil ist m_1 mit der Rolle $m_R = 1 \text{ kg}$ verbunden. Das Seil ist in einer Vertiefung um die Rolle gewickelt. Trotzdem kann diese näherungsweise als homogener Vollzylinder mit Radius R betrachtet werden. Die Masse des Seils kann vernachlässigt werden. An Rolle und gleitender Masse m_1 wirken Reibungskräfte mit gleichem μ_G . Bestimmen Sie den Wert von μ_G , so dass m_1 mit einer Beschleunigung $a = 1 \text{ m s}^{-2}$ gleitet.



4. Die Geschwindigkeit eines Fahrzeugs mit der Masse $m = 1500 \text{ kg}$ sinkt auf ebener horizontaler Strasse nach dem Auskuppeln des Motors in 8 s von 95 km/h auf 85 km/h.
 - a. Welche Motorleistung benötigt das Fahrzeug (näherungsweise), um die konstante Geschwindigkeit von 90 km/h auf ebener horizontaler Strasse halten zu können.
 - b. Welche Gesamtleistung wird benötigt, wenn dieses Fahrzeug eine 8%ige Autobahnsteigung (z.B. bei den „Kasseler Bergen“) mit der Geschwindigkeit von 90 km/h durchfahren soll?
5. PKW1 mit Masse $m_1 = 1600 \text{ kg}$ fährt auf einen langsamer fahrenden PKW2 mit $m_2 = 1000 \text{ kg}$ auf. PKW1 hatte vor dem Aufprall eine Geschwindigkeit von 72 km/h, PKW2 die Geschwindigkeit von 28,8 km/h. Aus den Schadensbildern an den beiden Unfallfahrzeugen schätzt ein Sachverständiger die totale Verformungsenergie auf 44 kJ. Wie groß waren die Geschwindigkeiten u_1 und u_2 der beiden Fahrzeuge direkt nach dem Unfall?

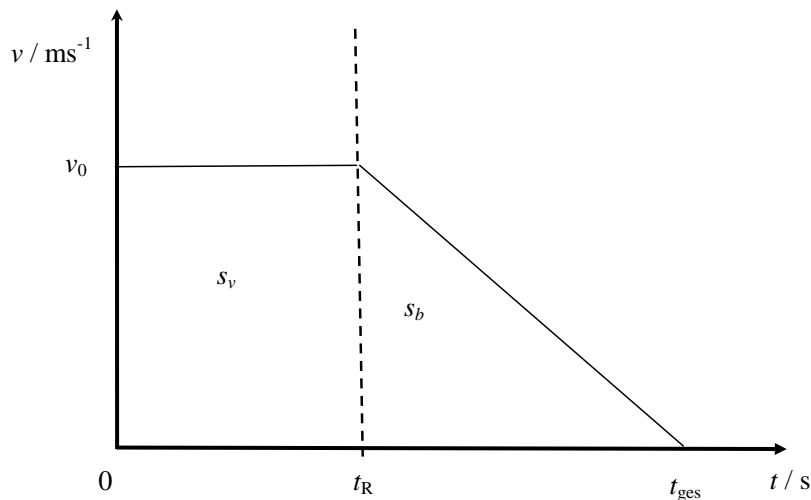
6. Eine homogene Scheibe mit Masse $m = 2 \text{ kg}$ und Radius R dreht sich reibungsfrei auf einer stehenden Welle. Ein nichtrotierender Stab der Länge $L = 2R$ wird (wie gezeigt) auf die drehende Scheibe fallen gelassen. Die gemeinsame Drehzahl beträgt ist anschließend 10 s^{-1} halb so groß wie zuvor. Welche Masse hat der Stab?



Verwenden Sie zur Vereinfachung bei allen Aufgaben $g = 10 \text{ m s}^{-2}$.

Lösungen:

1a. v - t -Diagramm:



1b. Für den Gesamtweg gilt: $s_{\text{ges}} = s_v + s_b = v_0 t_R + \frac{1}{2} |a_b| t_b^2$

mit $t_b = \frac{v_0}{|a_b|}$

Einsetzen: $s_{\text{ges}} = v_0 t_R + \frac{v_0^2}{2|a_b|} = 57,25 \text{ m}$

1c. Gesamtzeit: $t_{\text{ges}} = t_v + t_b = t_v + \frac{v_0}{|a_b|} = 1 \text{ s} + 3,89 \text{ s} = 4,89 \text{ s}$

2a. Bezeichnungen: Horizontal - x-Achse, Vertikal nach oben - y-Achse

Anfangsgeschwindigkeiten: $v_{0,x} = v_0 \cdot \cos(40^\circ) = 9,19 \text{ m s}^{-1}$

$$v_{0,y} = +v_0 \cdot \sin(40^\circ) = +7,71 \text{ m s}^{-1}$$

Gleichmäßig beschleunigte Bewegung in positiver y-Richtung mit Anfangsgeschwindigkeit $v_{0,y}$ und Beschleunigung $g = -10 \text{ m s}^{-2}$:

Für die Steighöhe gilt: $H = v_{0,y} t_{\text{steig}} - \frac{1}{2} g t_{\text{steig}}^2$ und $v_{0,y} - g t_{\text{steig}} = 0$

es folgt: $H = \frac{v_{0,y}^2}{g} - \frac{1}{2} g \frac{v_{0,y}^2}{g^2} = \frac{1}{2} \frac{v_{0,y}^2}{g} = 2,97 \text{ m}$

Steigzeit: $t_{\text{steig}} = \frac{v_{0,y}}{g} = 0,771 \text{ s}$

Nach Erreichen der maximalen Steighöhe fällt der Stein mit $-g$ die Fallstrecke von 10,97 m.

Fallzeit aus Höhe H $t_{\text{fall}} = \sqrt{\frac{2s_{\text{fall}}}{g}} = 1,481 \text{ s}$

Flugzeit des Steins: $t_{ges} = t_{steig} + t_{fall} = 2,252 s$

Reichweite R_y in horizontaler x-Richtung in $t_{ges} = 2,252 s$.

Lösung: $R_y = v_{0,x} \cdot t_{ges,+} = 20,69 m$

2b. Energieerhaltungssatz: $m g h + \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v_{AP}^2$

Aufprallgeschwindigkeit v_{AP} : $v_{AP} = \sqrt{2 g h + v_0^2} = \sqrt{(2 \cdot 10 \cdot 8 + 12^2) m^2 s^{-2}} = 17,43 m s^{-1}$

3c. D'Alembertsches Prinzip für Masse m_1 : $(F_t - F_S - F_{G1}) - m_1 a = 0$ (*)

D'Alembertsches Prinzip für Rolle m_R : $(F_S \cdot R - F_{GR} \cdot R) - J_R \alpha = 0$ (**)

Gleitreibungskraft an Masse m_1 : $F_{G1} = \mu_G m_1 g \cos \theta$

Gleitreibungskraft an der Rolle m_R : $F_{GR} = \mu_G m_R g$

Nebenbedingung (kein Schlupf): $\alpha = \frac{a}{R}$

es folgt für (*): $(m_1 g \sin 30^\circ - F_S - \mu_G m_1 g \cos 30^\circ) - m_1 a = 0$

und für (**): $(F_S \cdot R - \mu_G m_R g \cdot R) - J_R \frac{a}{R} = 0$

$$F_S = \mu_G m_R g + J_R \frac{a}{R^2}$$

Für homogene Zylinder gilt: $F_S = \mu_G m_R g + \frac{1}{2} m_R a$

Einsetzen: $m_1 g \sin \theta - \mu_G m_R g - \frac{1}{2} m_R a - \mu_G m_1 g \cos \theta - m_1 a = 0$

$$\mu_G (m_R g + m_1 g \cos \theta) = m_1 g \sin \theta - \left(\frac{1}{2} m_R + m_1 \right) a = 0$$

Lösung: $\mu_G = \frac{m_1 \sin \theta - \left(\frac{1}{2} m_R + m_1 \right) \frac{a}{g}}{m_R + m_1 \cos \theta} = 0,239$

4a. Leistung auf ebener horizontaler Straße zur Überwindung der Reibungskräfte:

$$P_0 = F \cdot v = m \cdot a \cdot v$$

mit $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10 km h^{-1}}{8 s} = \frac{2,77 m s^{-1}}{8} = 0,347 m s^{-2}$

Lösung: $P_0 = F \cdot v = 1500 kg \cdot 0,347 m s^{-2} \cdot 25 m s^{-1} = 13,02 kW$

4b. Bei einer 8%ige Steigung hat man bei einer Fahrstrecke s einen Höhengewinn von $h = 0,08 \cdot s$.

bei gleichförmiger Bewegung gilt: $s = v \cdot t$ und es folgt: $h = 0,08 \cdot v \cdot t$.

Leistung: $P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$. Hier entspricht der zu leistenden Arbeit die Zunahme

der potentiellen Energie: $\Delta W = E_{pot} = m g h = m g \cdot 0,08 \cdot v t$

Es folgt: $P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{E_{pot}}{t} = m g \cdot 0,08 \cdot v$

Leistung für Höhengewinn: $P = m g \cdot 0,08 \cdot v = 1500 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m s}^{-2} \cdot 0,08 \cdot 25 \text{ m s}^{-2} = 30 \text{ kW}$

Gesamtleitung: $P_{ges} = 13,02 \text{ kW} + 30 \text{ kW} = 43 \text{ kW}$

5. Impulserhaltungssatz: $m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2 = 40.000 \text{ kg m s}^{-1}$

Umstellen und Einsetzen: $u_2 = \frac{40.000 \text{ kg m s}^{-1}}{1000 \text{ kg}} - \frac{1600}{1000} u_1 = 40 \text{ m s}^{-1} - \frac{8}{5} u_1$

Energieerhaltungssatz: $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 + Q = 352 \text{ kJ}$

$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot \left(40 \text{ m s}^{-1} - \frac{8}{5} u_1 \right)^2 = 352 \text{ kJ} - 44 \text{ kJ} = 308 \text{ kJ}$$

$$m_1 u_1^2 + m_2 \cdot \left(40 \text{ m s}^{-1} - \frac{8}{5} u_1 \right)^2 = 616 \text{ kJ}$$

$$u_1^2 + \frac{5}{8} \cdot \left(1600 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} - 128 \text{ m s}^{-1} \cdot u_1 + \frac{64}{25} u_1^2 \right) = 385 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$$

$$u_1^2 + 1000 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} - 80 \text{ m s}^{-1} u_1 + \frac{8}{5} u_1^2 = 385 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$$

$$\frac{13}{5} u_1^2 - 80 \text{ m s}^{-1} u_1 = -615 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$$

$$u_1^2 - \frac{400}{13} u_1 = -\frac{3075}{13} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$$

$$u_1^2 - 2 \frac{200 \text{ m}}{13 \text{ s}} u_1 + \frac{40000 \text{ m}}{169 \text{ s}} = \left(\frac{40000}{169} - \frac{39975}{169} \right) \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$$

$$u_1 = \frac{200}{13} \text{ m s}^{-1} \pm \sqrt{\frac{5^2 \text{ m}^2}{13^2 \text{ s}^2}} = \frac{200}{13} \text{ m s}^{-1} \pm \frac{5}{13} \text{ m s}^{-1}$$

Lösungen: $u_{1,-} = 15 \text{ m s}^{-1}$ und $u_{2,-} = 16 \text{ m s}^{-1}$

(Positive Lösung mit $u_{1,+} = 15,77 \text{ m s}^{-1}$ und $u_{2,+} = 14,76 \text{ m s}^{-1}$ ist physikalisch nicht sinnvoll, da in diesem Fall $u_{1,+} > u_{2,+}$ wäre.)

6. Die Scheibe besitzt in der Ausgangsposition den Drehimpuls $L_{Sc,0}$

$$L_{Sc,0} = J_{Sc} \cdot \omega_{Sc,0}$$

Drehimpuls des Stabes in der Ausgangsposition:

$$L_{St,0} = 0$$

In der Endposition drehen Scheibe und Stab mit gemeinsamer Winkelgeschwindigkeit.

Drehimpuls der Endposition: $L_{Sc+St,1} = J_{Sc+St} \cdot \omega_{Sc+St,1} = (J_{Sc} + J_{St}) \cdot \omega_{Sc+St,1}$

Drehimpulserhaltungssatz: $L_{Sc,0} + L_{St,0} = L_{Sc,0} + 0 = L_{Sc+St,1}$

$$L_{Sc,0} = J_{Sc} \cdot \omega_{Sc,0} = (J_{Sc} + J_{St}) \cdot \omega_{Sc+St,1} = L_{Sc+St,1}$$

Für die Scheibe gilt: $J_{Sc} = \frac{1}{2} m_{Sc} R^2$

für den Stab gilt: $J_{St} = \frac{1}{12} m_{St} L^2 = \frac{1}{12} m_{St} (2R)^2 = \frac{1}{3} m_{St} R^2$

es folgt:
$$\frac{\omega_{Sc+St,1}}{\omega_{Sc,0}} = \frac{1}{2} = \frac{\frac{1}{2} m_{Sc} R^2}{\frac{1}{2} m_{Sc} R^2 + \frac{1}{3} m_{St} R^2} = \frac{1}{1 + \frac{2 m_{St}}{3 m_{Sc}}}$$

Masse des Stabes: $m_{St} = \frac{3}{2} m_{Sc} = 3 \text{ kg}$