Tutorium Physik I | **I. Übungsblatt** | **42 KW 2010**
zur Vorlesung Prof. Dr. Schrewe | **WS1011** |

I-1. Der Fahrer eines Pkw setzt bei der Geschwindigkeit 61,2 km/h mit seinem Fahrzeug zum Überholen eines Lkw an. Er beschleunigt sein Fahrzeug konstant mit a =1,2 m/s² und beendet den Überholvorgang nach 160 m Wegstrecke.

a. Zeichnen Sie das v-t-Diagramm. Wie lange dauert der Überholvorgang?

b. Welche Geschwindigkeit erreicht der Pkw nach Beendigung des Überholvorgangs?

I-2. Ein Fahrzeug mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 erreicht bei $t = 0$ eine 260 m lange gerade Teststrecke. Während der nächsten 10 s wird es gleichmäßig mit a_0 beschleunigt, fährt anschließend 80 m mit gleichförmiger Geschwindigkeit und wird danach mit konstanter Verzögerung bis zum Stillstand bei $s = 260\,m$ abgebremst. Entlang der Teststrecke werden folgende Weg-Zeit-Werte ermittelt:

s / m	**0**	**55**	**140**	**220**	**260**
t / s	**0**	**5**	**10**	**14**	**18**

a. Skizzieren Sie die *s*-*t*-, *v*-*t*- und *a*-*t*-Diagramme.

b. Wie groß ist die Durchschnittsgeschwindigkeit auf der Teststrecke?

c. Wie groß ist die Anfangsgeschwindigkeit v_0 und die Beschleunigung a_0?

d. Wie groß ist die Höchstgeschwindigkeit v_E des Fahrzeugs?

e. Mit welcher Verzögerung a_B wird das Fahrzeug abgebremst?

Zusatzaufgaben ---

I-3. Zwei PKW (Nr. 1 und Nr. 2) fahren mit einer Geschwindigkeit von $v = 144\,km\,h^{-1}$ im Abstand $\Delta x_1 = 45\,m$ hintereinander her. Zum Zeitpunkt $t = 0$ muss PKW(1) plötzlich mit einer Beschleunigung von $a_1 = -6{,}4\,m\,s^{-2}$ bremsen. Nach einer Reaktionszeit von $t_R = 1{,}5\,s$ bremst auch der PKW(2) so, dass er in $\Delta x_2 = 10\,m$ hinter PKW(1) zum Stillstand kommt. (PKW(1) steht also vorn, PKW(2) 10 m dahinter. Zur Vereinfachung betrachten Sie beide PKW als Massenpunkte, also als ausdehnungslos.)

a. Zeichnen Sie die *x*-*t*-, *v*-*t*- und *a*-*t*-Diagramme für beide PKW, wobei auch der prinzipielle Verlauf der Diagramme vor dem Zeitnullpunkt erkennbar sein sollte.

b. Welche Bremsverzögerung muss PKW(2) haben, um wie gefordert, in $\Delta x_2 = 10\,m$ hinter PKW(1) zum Stillstand zu kommen?

c. Prüfen Sie Ihr unter **b.** erhaltenes Ergebnis, indem Sie für beide PKW den nach dem Zeitnullpunkt zurückgelegten Wert bis zum Stillstand berechnen.

d. Berechnen Sie die Anhaltezeiten für beide Fahrzeuge.

I-4. Zur Pfahlgründung bei Brücken oder Hafenanlagen verwendet man oft den "Freifallbären". Es handelt sich dabei um eine Ramme, bei der eine Masse entweder hydraulisch oder mit Dampf- oder Dieselwinden auf eine bestimmte Höhe gehoben und dann frei fallen gelassen wird. Man kann annehmen, dass der Hebevorgang einer gleichförmigen Bewegung entspricht.
Die Schlagzahl eines Freifallbären wird mit $50\,\mathrm{min}^{-1}$ und die Hubgeschwindigkeit mit $2\,m\,s^{-1}$ angegeben. Wie groß ist der Fallweg?

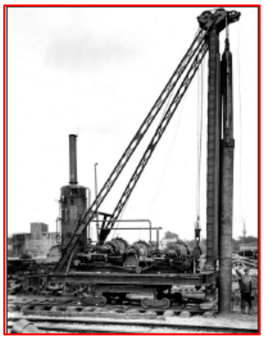


Abb. 1 *Historische Ramme*

Lösungen:

I-1a.

Überholdauer t_e: $$t_e = -\frac{17}{1,2}s \pm \sqrt{\left(\frac{2\cdot 160}{1,2} + \frac{289}{1,44}\right)s^2} = (-14,16 \pm 21,61)s = 7,44\,s$$

I-1b. Geschwindigkeit bei t_e: $v(t_e) = 25,93\,m\,s^{-1} = 93,3\,km\,h^{-1}$

I-2b. Durchschnittsgeschwindigkeit: $\bar{v} = \frac{s_{ges}}{t_{ges}} = \frac{260\,m}{18\,s} = 14,44\,m\,s^{-1}$

I-2c. Lösung für a_0: $a_0 = \frac{(280-220)}{(100-50)} = \frac{60}{50}m\,s^{-2} = 1,2\,m\,s^{-2}$

Lösung für v_0: $v_0 = \frac{(55-15)m}{5\,s} = 8\,m\,s^{-1}$

I-2d. Höchstgeschwindigkeit: $v(t=10s) = 1,2\,m\,s^{-2}\cdot 10\,s + 8\,m\,s^{-1} = 20\,m\,s^{-1}$

I-2e. $a_B = -\frac{1}{2}\frac{v_E^2}{s_B} = -\frac{1}{2}\frac{20^2\,m^2\,s^{-2}}{40\,m} = -5\,m\,s^{-2}$

I-3b. $|a_2| > \frac{1600}{250+70-120}m\,s^{-2} = \frac{1600}{200}m\,s^{-2} = 8\,m\,s^{-2}$

Der PKW(2) muss mindestens mit einer Bremsverzögerung von $a_2 = -8\,m\,s^{-2}$ verzögern, damit er am gewünschten Punkt zum Stehen kommen kann.

I-3c. Lösung für PKW(1) $x_{ges}^{PKW(1)} = \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{|a_1|} = \frac{40^2\,m^2\,s^{-2}}{2\cdot 6,4\,m\,s^{-2}} = 125\,m$

Lösung für PKW(2) $x_{ges}^{PKW(2)} = 100\,m + 60\,m - 45\,m = 115\,m$

Der Wert der *x*-Koordinate für PKW(2) ist also, wie gefordert, um $\Delta x_2 = 10\,m$ kleiner als der für PKW(1).

I-3d. Bremszeit für PKW(1) $t_{ges,1} = \frac{v_0}{|a_1|} = \frac{40\,m\,s^{-1}}{6,4\,m\,s^{-2}} = 6,25\,s$

Anhaltezeit für PKW(2) $t_{ges,2} = \frac{v_0}{|a_2|} + t_R = \frac{40\,m\,s^{-1}}{8m\,s^{-2}} + 1,5\,s = 5\,s + 1,5\,s = 6,5\,s$

I-4a. Negative Lösung: $s_{0-} = 2,80\,m - 1,44\,m = 1,36\,m$ ist korrekt,

da die Hubzeit $t_{Hub} = \frac{1,36\,m}{2\,m\,s^{-1}} = 0,68\,s$

und die Fallzeit $t_{Fall} = \sqrt{\frac{2\,s_0}{g}} = \sqrt{\frac{2\cdot 1,38\,m}{10\,m\,s^{-2}}} = 0,52\,s$ beträgt.

Tutorium Physik I — **II. Übungsblatt** — **43 KW 2010**
zur Vorlesung Prof. Dr. Schrewe — **WS1011**

II-1. Ein Stein wird von einem Balkon aus h = 10 m Höhe unter einem Winkel von $\alpha = 30°$ gegen die Horizontale mit v_0=10 m/s <u>schräg nach unten</u> geworfen.

a. In welcher horizontalen Entfernung vom Abwurfpunkt schlägt der Stein auf dem Boden auf?

b. Wie groß ist der Betrag der Aufprallgeschwindigkeit?

II-2. Ein Stein wird von einem Balkon aus $h = 8\,m$ Höhe unter einem Winkel von $\alpha = 40°$ gegen die Horizontale mit $v_0 = 12\,m\,s^{-1}$ <u>schräg nach oben</u> geworfen.

a. In welcher horizontalen Entfernung vom Abwurfpunkt schlägt der Stein auf dem Boden auf?

b. Wie groß ist der Betrag der Aufprallgeschwindigkeit?

II-3. Ein Tennisball soll 20 m senkrecht nach oben geworfen werden.

a. Welche Anfangsgeschwindigkeit muss der Ball haben?

b. Wie weit fliegt ein Ball, der mit gleicher Anfangsgeschwindigkeit unter einem Winkel von 60° geworfen wird?

c. Wie weit könnte der Ball mit gleicher Anfangsgeschwindigkeit maximal geworfen werden? Unter welchem Winkel muss der Ball geworfen werden?

Zusatzaufgaben ---

II-4. Ein Flugzeug fliegt vom Flughafen Hannover nach Berlin-Schönefeld. Die Entfernung beträgt 280 km, die Fluggeschwindigkeit 210 km h^{-1}. Ohne Windeinfluss wäre die Kursrichtung 90° (Kursrichtung von West nach Ost). Während des Fluges herrscht jedoch Wind mit 60 km h^{-1} aus 180° (aus Süden).

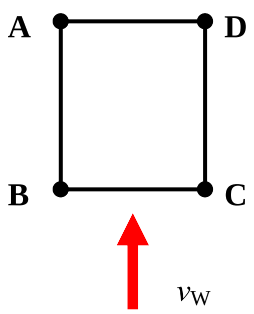
a. Welchen Kurs muss das Flugzeug unter Berücksichtigung des Windes fliegen, um in der kürzesten Zeit Berlin-Schönefeld zu erreichen?

b. Welche Geschwindigkeit hat das Flugzeug über Grund?

c. Welche Zeit benötigt es mit Wind, und wie lange hätte der Flug ohne Windeinfluss gedauert?

<u>Hinweis:</u> Verwenden Sie die Vektordarstellung der Geschwindigkeiten in einem x-y. Koordinatensystem.

II-5. Ein Flugzeug fliegt den Kurs entlang der Punkte A → B → C → D → A. Die Seitenlänge des Quadrats beträgt 100 km, die Fluggeschwindigkeit 200 km h^{-1}.



a. Berechnen Sie die Flugzeit unter der Annahme, dass während des Fluges kein Seitenwind herrscht.

b. Berechnen Sie die Flugzeit unter der Annahme eines konstanten Seitenwindes v_W = 40 km h^{-1}, der senkrecht bezüglich der Strecken B ↔ C und A ↔ D wirkt.

c. Vergleichen Sie die unter **a.** und **b.** berechneten Flugzeiten. Überlegen Sie folgende Anwendung: Bei welchen Windbedingungen sollte man z. B. in der Leichtathletik Rekordbedingungen über Laufstrecken von 400 m haben?

Lösungen:

II-1a. $t_{ges,+} = 1,0\,s$

($t_{ges,-} = -2,0\,s$ scheidet als negative Lösung aus.)

Reichweite R_y in horizontaler x-Richtung in $t_{ges,+} = 1,0\,s$.

Lösung: $R_y = v_{0,x} \cdot t_{ges,+} = 8,66\,m$

II-1b. Aufprallgeschwindigkeit v_{AP}: $v_{AP} = \sqrt{2g\,h + v_0^2} = \sqrt{\left(2 \cdot 10 \cdot 10 + 10^2\right) m^2\,s^{-2}} = 17,3\,m\,s^{-1}$

II-2a. Lösung: $R_y = v_{0,x} \cdot t_{ges,+} = 20,69\,m$

II-2b. Aufprallgeschwindigkeit v_{AP}: $v_{AP} = \sqrt{2g\,h + v_0^2} = \sqrt{\left(2 \cdot 10 \cdot 8 + 12^2\right) m^2\,s^{-2}} = 17,43\,m\,s^{-1}$

II-3a. Lösung: $v_{y0} = \sqrt{2\,g\,y\left(t_H\right)} = 20\,m\,s^{-1}$

II-3b. Horizontaler Weg in der Zeit t_{ges} $x(t_{ges}) = v_{x0}\,t_{ges} = 34,64\,m$

II-3c. Horizontaler Weg in der Zeit t_{ges}: $x(t_{ges}) = v_{x0}\,t_{ges} = 40\,m$

II-4a. Steuerkurs: $90° + 16,6° = 106,6°$

II-4b. Grundgeschwindigkeit: $v_G = \sqrt{v_F^2 - v_W^2} = \sqrt{210^2 - 60^2}\,km\ h^{-1} = 201\,km\ h^{-1}$

II-4c. Flugzeit ohne Wind: $t_{oW} = \dfrac{s}{v_F} = \dfrac{280\,km}{210\,km\,h.^{-1}} = 1{,}333\ h = 80\min$

Flugzeit mit Wind: $t_{mW} = \dfrac{s}{v_G} = \dfrac{280\,km}{201\,km\ h^{-1}} = 1{,}391\ h = 83{,}5\min$

II-5a. Gesamtweg: $s_{ges} = 4 \cdot s_0 = 400\ km$

Gesamtzeit: $t_{ges} = \dfrac{s_{ges}}{v_0} = 2\ h = 7200\ s$

II-5b. Gesamtzeit: $t_{ges} = 7424 s$

II-5c. Die Zeiten mit Seitenwind sind auf einem Rundkurs immer länger als ohne Seitenwind. In Aufgabe II 4b. ist t_{ges} 3,1% größer als t_{ges} von Aufgabe 1.a. Rekordversuche im Laufen über die 400 m Strecke (Rundkurs) in einem Stadion sollten deshalb möglichst bei Windstille unternommen werden.

Tutorium Physik I **III. Übungsblatt** **44 KW 2010**
zur Vorlesung Prof. Dr. Schrewe **WS1011**

III-1. Ein PKW wird auf einer 1000 m langen <u>geraden</u> Strecke getestet: Er wird von 0 km/h auf 120 km/h in 13,3 s beschleunigt, fährt anschließend mit konstanter Geschwindigkeit und wird auf den letzten 100 m bis zum Stillstand abgebremst.

a. Skizzieren Sie die *a*-*t*, *v*-*t* und *s*-*t*-Diagramme.

b. Bestimmen Sie die Beschleunigung a_0 und die Beschleunigungsstrecke s_a.

c. Wie lang ist der Streckenabschnitt, der mit konstanter Geschwindigkeit gefahren wird?

d. Wie groß sind die Bremsverzögerung a_b und die Bremszeit t_b?

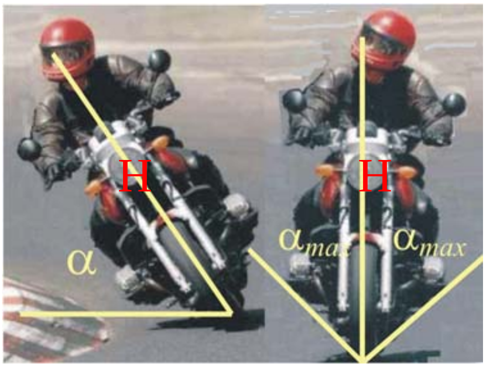
Betrachten Sie jetzt eine Testfahrt auf einer <u>kreisförmigen</u> Strecke mit R = 120 m:

e. Wie groß ist die Gesamtbeschleunigung, wenn die Bahnbeschleunigung gleich der in Aufgabe **b** ermittelten Beschleunigung a_0 der geraden Teststrecke ist und der Punkt der betrachtet werden soll, an dem die Bahngeschwindigkeit des Fahrzeugs $v_t = 72\,km\,h^{-1}$ beträgt.

f. Wie groß ist die Gesamtbeschleunigung a_{ges}, kurz <u>vor dem Erreichen</u> der konstanten Bahngeschwindigkeit von $v_t = 120\,km\,h^{-1} \triangleleft$? In welche Richtung zeigt der Beschleunigungsvektor? (Man verwende den Wert $v_t = 120\,km\,h^{-1}$ für Bahngeschwindigkeit)

g. Wie groß ist die Gesamtbeschleunigung a_{ges}, kurz <u>nach dem Erreichen</u> der konstanten Bahngeschwindigkeit von $v_t = 120\,km\,h^{-1}$? In welche Richtung zeigt der Beschleunigungsvektor? (Man verwende auch hier den Wert $v_t = 120\,km\,h^{-1}$ für die Bahngeschwindigkeit)

III-2. Motorräder fahren üblicherweise Kurven mit einer Schräglage (charakterisiert durch den Winkel α im Bild rechts), so dass die Resultierende aus dem negativen Vektor der Erdbeschleunigung $-\vec{g}$ und Vektor der Radialbeschleunigung a_r (entspricht der Zentripetalbeschleunigung) parallel zur Hochachse (**H**) verläuft. Bauartbedingt kann im vorliegenden Beispiel die Schräglage $\alpha_{\max} = 45°$ nicht überschritten werden.



a. Betrachten Sie eine <u>gleichmäßig beschleunigte Motorradfahrt</u> auf einer Kreisstrecke mit Radius $R = 62{,}5\,m$. Das Motorrad startet aus dem Stand heraus und passiert in den Abständen von 10 m und 20 m Lichtschranken. Die Messung der Zeitdifferenz zwischen dem Passieren der Lichtschranken ergibt 1,0 s. Wie groß ist die Bahnbeschleunigung?

b. Nach welcher Fahrtstrecke auf dem Kreis wird die maximale Schräglage $\alpha_{\max} = 45°$ erreicht?

c. Welche Gesamtbeschleunigung a_{ges} hat das Motorrad in diesem Punkt?

d. Der Weg bis zum Erreichen der maximale Schräglage $\alpha_{\max} = 45°$ sei $S_{\max}$. Wie groß ist die Gesamtbeschleunigung nach der Wegstrecke $S_{\max}/2$ und welche Schräglage hat das Motorrad an diesem Punkt?

Lösungen:

III-1a.

III-1b. Beschleunigung: $a_0 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_0}{t_a} = \frac{33,33}{13,3}\frac{m}{s^2} = 2,5\frac{m}{s^2}$

Beschleunigungsstrecke: $s_a = \frac{1}{2} a_0\, t_a^2 = 221,1\, m$

III-1c. Strecke mit v_0: $s_v = s_1 - s_a = 900\, m - 221,2\, m = 678,9\; m$

III-1d. Bremsverzögerung: $a_b = -\frac{1}{2}\cdot\frac{v_0^2}{s_b} = -\frac{1}{2}\frac{33,33^2\; m^2\, s^{-2}}{100\, m} = -5,55\frac{m}{s^2}$

Bremszeit: $t_b = -\frac{v_0}{a_b} = -\frac{33,33\, m\, s^{-1}}{-5,55\, m\, s^{-2}} = 6,00\, s$

III-1e. $a_{ges} = \sqrt{2,5^2 + 3,33^2}\;\frac{m}{s^2} = 4,16\frac{m}{s^2}$

III-1f. Gesamtbeschleunigung: $a_{ges} = \sqrt{2,5^2 + 9,25^2}\;\frac{m}{s^2} = 9,59\frac{m}{s^2}$

(Das ist fast 1 g! Damit könnte schon knapp der Punkt erreicht sein, an dem die Reifen ihre Haftung verlieren und rutschen)

III-1g. Gesamtbeschleunigung: $a_{ges} = \sqrt{0^2 + 9,25^2}\;\frac{m}{s^2} = 9,25\frac{m}{s^2}$

Der Beschleunigungsvektor zeigt auf das Zentrum der Kreisbahn.

III-2a. Lösung: $a_{t-} = \left(-\sqrt{32} + 6\right)\cdot 10\, m\, s^{-2} = 3,43\, m\, s^{-2}$

Nur für $a_{t-} = 3,43\, m\, s^{-2}$ ist $s\left(t_1\right) = 10\, m$ <u>und</u> $s\left(t_1 + 1s\right) = 20\, m$ mit $t_1 = 2,41 s$.

III-2b. Fahrtstrecke: $s_{\max} = \frac{1}{2} a_t\, t_{\max}^2 = \frac{1}{2}\, 3,43\, m\, s^{-2}\left(7,28\, s\right)^2 = 91 m$

III-2c. Gesamtbescheunigung: $a_{ges} = \sqrt{a_t^2 + a_R^2} = \sqrt{3,43^2 + 10^2}\;\, m\, s^{-1} = 10,6\, m\, s^{-2}$

Bei dieser Gesamtbeschleunigung könnte der Fahrer schon erhebliche Probleme bekommen, da möglicherweise die maximale Haftreibungskraft derReifen überschritten wird.

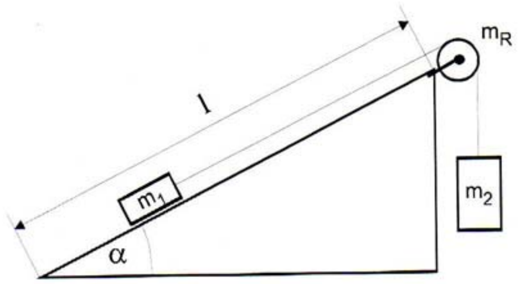
III 2d. Gesamtbeschleunigung: $a_{ges} = \sqrt{a_t^2 + a_R^2} = \sqrt{3,43^2 + 5^2}\;\, m\, s^{-2} = 6,06\, m\, s^{-2}$

Schräglage: Winkel φ gegen die Senkrechte mit Gegenkathete a_R und Ankathete g

$$\varphi = \arctan\left(\frac{1}{2}\right) = 27°$$

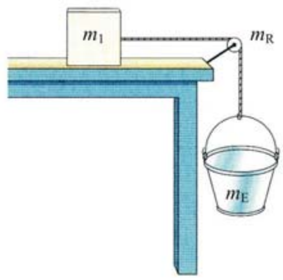
Tutorium Physik I | **IV. Übungsblatt** | **45 KW 2010**
zur Vorlesung Prof. Dr. Schrewe | **WS1011**

IV-1. Eine Masse ($m_1 = 20\,kg$) wird von einem zweiten Körper (Masse $m_2 = 25\,kg$)auf einer schiefen Ebene mit einem Neigungswinkel von $\alpha = 15°$ und der Länge $l = 5\,m$ hochgezogen. Die Gleitreibungszahl beträgt $\mu_G = 0{,}1$. Die Masse der Rolle und des Seils soll vernachlässigt werden ($m_R \cong 0$).



a. Mit welcher Beschleunigung bewegen sich die Körper?
b. Wie lange benötigt m_1, um die Strecke l zu durchlaufen?
c. Wie groß ist die Seilkraft?

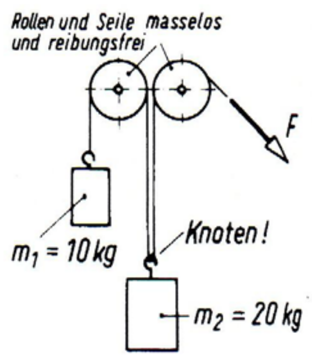
IV-2. Eine Masse $m_1 = 1\,kg$, die auf einem Tisch ruht, ist über ein Seil mit einem Eimer (Masse des leeren Eimers $m_E = 0{,}1\,kg$) verbunden. Das (masselose) Seil wird über eine homogene zylinderförmige Umlenkrolle mit der Masse $m_R = 0{,}5\,kg$ umgelenkt.



a. Die Haftreibungszahl der Masse auf dem Tisch beträgt $\mu_H = 0{,}5$. Welche Masse Wasser muss in den Eimer gefüllt werden, damit die Masse gleitet?
b. Die Gleitreibungszahl beträgt $\mu_H = 0{,}4$. Wie groß ist die Beschleunigung, wenn der Eimer mit der in a) bestimmten Masse Wasser gefüllt ist? 12

Zusatzaufgaben ---

IV-3. Ein Körper m_2 mit einer Masse von 20 kg wird durch die Gewichtskraft der Masse $m_1 = 10\,kg$ an dem nach links und die Kraft F an dem nach rechts führenden Seilende angehoben. Das Seil und die Rollen seien masselos gedacht. Der Körper m_2 ist mit einem Knoten am Seil befestigt.



a. Mit welcher Kraft F muss an dem rechten Seilende gezogen werden, wenn sich der Körper m_2 mit einer Beschleunigung $a = \frac{g}{2}$ nach oben bewegen soll?

IV-1a. Lösung: $a = 10\dfrac{m}{s^2} \cdot 0,3976 = 3.98\, m\, s^{-2}$

IV-1b. Für die Strecke *l* gilt: $t_l = \sqrt{\dfrac{2 \cdot l}{a}} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 5\, m}{3,98\, m\, s^{-2}}} = 1,59\, s$

IV-1c. Seilkraft an m_2: $F_{S2} = 250,0\,N - 99,4\,N = 150,6\,N$

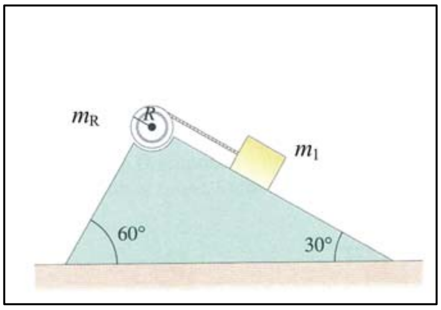
Seilkraft an m_1: $F_{S1} = 51,8\,N + 19,3\,N + 79,5\,N = 150,6\,N$

IV-2a. Lösung: $m_W > \mu_H\, m_1 - m_E = 0,5 \cdot 1kg - 0,1kg = 0,4\,kg$

IV-2b. Lösung: $a = \dfrac{0,1 + 0,4 - 0,4 \cdot 1}{0,1 + 0,4 + \frac{1}{2}0,5 + 1} \cdot g = \dfrac{0,1}{1,75} \cdot g = 0,057 \cdot g = 0,57\, m\, s^{-2}$

IV-3a. $F = g \cdot \left(\dfrac{3}{2}m_2 - \dfrac{1}{2}m_1\right) = 10\dfrac{m}{s^2} \cdot (30 - 5)\,kg = 250\,N$

V-1. Die Masse $m_1 = 1,5\,kg$ gleitet eine schiefe Ebene (Neigungswinkel 30°) hinab. Über ein Seil ist m_1 mit der Rolle $m_R = 1\,kg$ verbunden. Das Seil ist in einer Vertiefung um die Rolle gewickelt. Trotzdem kann diese näherungsweise als homogener Vollzylinder mit Radius R betrachtet werden. Die Masse des Seils kann vernachlässigt werden. An Rolle und gleitender Masse m_1 wirken Reibungskräfte mit gleichem μ_G. Bestimmen Sie den Wert von μ_G, so dass m_1 mit einer Beschleunigung $a = 1\,ms^{-2}$ gleitet.

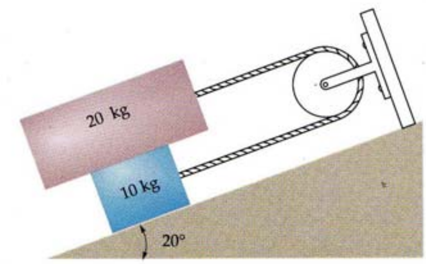


V-2. Eine rollende homogene Kugel und ein gleitender Quader mit gleicher Masse benötigen auf einer schiefen Ebene die gleiche Zeit für die gleiche Strecke.

a. Die Gleitreibungszahl des Quaders beträgt $\mu_G = \frac{1}{7}$, die Rollreibungszahl der Kugel sei vernachlässigbar. Wie groß ist der Steigungswinkel ϑ der schiefen Ebene?

Zusatzaufgaben ---

V-3. Die Massen $m_1 = 20\,kg$ und $m_2 = 10\,kg$ sind in der gezeigten Anordnung mit einem Seil verbunden, das durch eine Umlenkrolle umgelenkt wird. Die Massen des Seils und der Rolle können vernachlässigt werden. Der Steigungswinkel der schiefen Ebene betrage $\theta = 20°$.



a. Die Haftreibung zwischen m_1 und m_2 und zwischen m_2 und der schiefen Ebene (SE) soll gleich sein.
Welchen Wert darf die Haftreibungszahl $\mu_{H,\max}$ <u>nicht überschreiten</u>, damit die Massen <u>gleiten können</u>?

b. Beim Gleiten soll die Gleitreibungszahl $\mu_G = 0,05$ betragen. Wie groß ist die Beschleunigung a?

Wie groß sind die Seilkräfte

c. im Haftreibungsfall, mit dem Maximalwert für $\mu_{H,\max}$ wie in **Teil a.** berechnet,

d. im Gleitfall wie in **Teil b.** beschrieben?

Lösungen:

V-1. Lösung: $$\mu_G = \frac{m_1 \sin\theta - \left(\frac{1}{2} m_R + m_1\right)\frac{a}{g}}{m_R + m_1 \cos\theta} = 0,239$$

V-2. Lösung: $$\vartheta = \arctan(\frac{1}{2}) = 26,6°$$

V-3a. Lösung für $\mu_{H,\max}$: $$\mu_{H,\max} < \frac{(m_1 - m_2)\sin\theta}{(2m_1 + m_2)\cos\theta} = \frac{10}{50}\tan 20° = 0,073$$

V-3b. Lösung: $$a = 0,357\,\frac{m}{s^2}$$

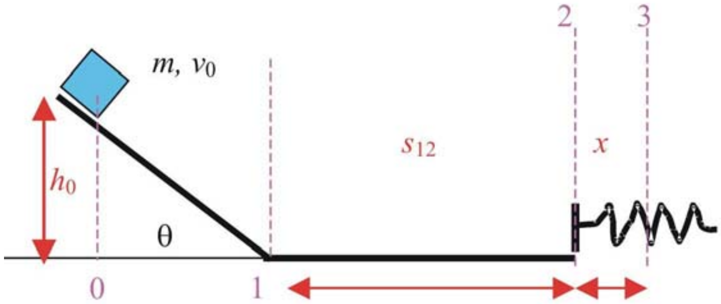
V-3c. Seilkraft an Masse m_2: $$F_{S2} = 34,202\,N + 20,521\,N = 54,723\,N$$

V-3d. Seilkraft an Masse m_2: $$F_{S2} = 34,202\,N + 14,095\,N + 3,570\,N = 51,867\,N$$

Tutorium Physik I | **VI. Übungsblatt** | **47 KW 2010**

zur Vorlesung Prof. Dr. Schrewe | **WS1011**

VI-1. Die Masse $m = 1kg$ rutscht mit der Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 4\,m\,s^{-1}$ aus einer Höhe von $h_0 = 0,5\,m$ eine schiefen Ebene mit Steigungswinkel $\theta = 30°$ hinab. Anschließend rutscht sie auf einer Strecke $s_{12} = 2m$ horizontal weiter und trifft am Ende auf eine Feder mit der Federkonstanten $D = 5000\,N\,m^{-1}$. Die Gleitreibungszahl beträgt auf dem gesamten Weg $\mu_G = 0,2$.

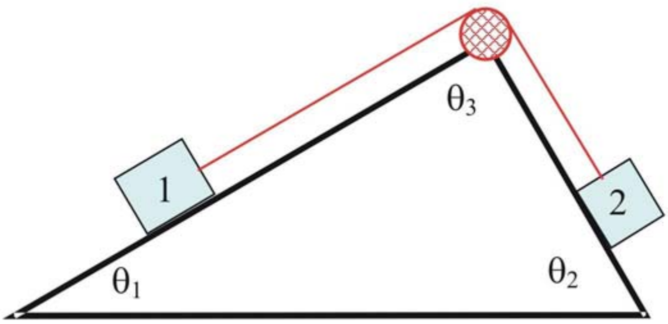


a. Berechnen Sie die Gesamtenergie E_{ges}, die kinetischen Energien E_{kin} und die Reibungsarbeiten W_R in den Punkten 1 und 2 der Bahn, sowie die an der Feder geleistete elastische Verformungsarbeit W_{E3} im Punkt 3.

b. Wie groß ist der Federweg x?

c. Wie groß müsste die Anfangsgeschwindigkeit v_0' gewählt werden, damit die Masse nach dem Rückprall wieder genau die Anfangshöhe h_0 ohne Geschwindigkeit erreicht? (Vernachlässigen Sie zur Vereinfachung die Reibung entlang des Federweges x)

VI-2. Auf unterschiedlich geneigten Dachflächen (siehe Skizze) liegen zwei Massen mit $m_1 = m_2 = 1kg$, die durch ein Seil verbunden sind. Das Seil wird auf der Dachspitze mit einer Rolle umgelenkt. Die Massen von Seil und Rolle sollen vernachlässigt werden. Die Winkel betragen: $\theta_1 = 30°$ und $\theta_2 = 60°$.



a. Betrachten Sie die Kräfte, die auf die beiden Massen m_1 und m_2 wirken. Wie groß muss die Haftreibungszahl $\mu_{H,max}$ mindestens sein, damit die Massen nicht gleiten können?

b. Man stelle sich vor, links und rechts der Umlenkrolle wären Kraftmessgeräte im Seil. Welche Seilkräfte zeigen diese an, solange sich die Massen nicht bewegen?

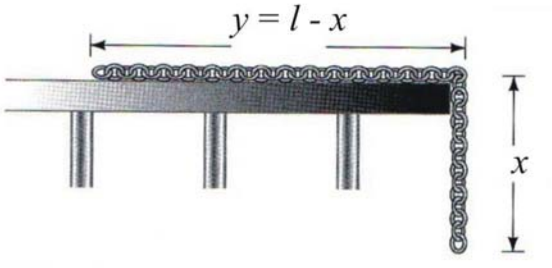
c. Man nehme jetzt an, dass die in Aufgabe 7.a. berechnete Haftreibungszahl $\mu_{H,max}$ unterschritten werde (z. B. durch Regen, der auf das Dach fällt). Die beiden Massen beginnen zu gleiten. In welche Richtung? Die Gleitreibungszahl während des Rutschvorganges soll dann (einheitlich für m_1 und m_2) $\mu_G = 0,2$ betragen. Wie groß ist die Beschleunigung?

d. Bestimmen Sie die Kräfte (einschließlich der Trägheitskräfte), die auf die bewegten Massen m_1 und m_2 wirken. Geben Sie Betrag und Richtung der Kräfte an. Berechnen Sie erneut die Seilkräfte.

Zusatzaufgaben --

VI-3. Eine Kette der Masse $m_{ges} = 1kg$ mit homogener Massenverteilung und Gesamtlänge $l = 1\,m$ liegt auf einem Tisch (siehe Abb.).

a. Die Kette gleitet vom Tisch, wenn das überhängende Stück mindestens $x_0 = 0{,}3m$ lang ist. Wie groß ist die Haftreibungszahl $\mu_{H,\max}$?



b. Man betrachte die Gleitbewegung: Wie lauten die Gleichungen der Beschleunigungsfunktion $a(x)$ für $x_0 < x < l$ und für $x \geq l$? Die Gleitreibungszahl soll 10% kleiner als die Haftreibungszahl sein. Zeichnen Sie die Funktion $a(x)$.

<u>Hinweis:</u> Man kann eine dimensionslose Darstellung wählen, mit $\frac{x}{l}$ auf der Abszisse und $\frac{a}{g}$ auf der Ordinate.

c. Welche Geschwindigkeit hat die Kette, wenn sie in voller Länge von der Tischplatte geglitten ist?

Lösungen:

VI-1a. Gesamtenergie: $E_{ges} = m\,g\,h_0 + \frac{1}{2} m\,v_0^2 = 5\,J + 8\,J = 13\,J$

Reibungsarbeit auf der **Strecke 0→1**:

$$W_{R01} = \mu_G\,F_N\,s_{01} = \frac{\mu_G\,m\,g\cos 30°h_0}{\sin 30°} = 1{,}732\,J$$

Kinetische Energie **Punkt 1**: $E_{kin1} = E_{ges} - W_{R01} = (13 - 1{,}732)J = 11{,}268\,J$

Reibungsarbeit auf der **Strecke 1→2**:

$$W_{R12} = \mu_G\,F_N\,s_{12} = \mu_G\,m\,g\,s_{12} = 4\,J$$

Reibungsarbeit auf der **Strecke 0→2**:

$$W_{R02} = W_{R01} + W_{R12} = 5{,}732\,J$$

Kinetische Energie **Punkt 2**: $E_{kin2} = E_{ges} - W_{R02} = (13 - 5{,}732)J = 7{,}268\,J$

Verformungsarbeit (Feder) im **Punkt 3**:

$$W_{E3} = E_{kin2} = 7{,}268\,J$$

VI-1b. Federweg: $x_3 = \sqrt{\frac{2\cdot W_{E3}}{D}} = 0{,}0539\,m \cong 5{,}4\,cm$

VI-1c. Anfangsgeschwindigkeit: $v_0' = \sqrt{\frac{4\cdot(W_{R01} + W_{R12})}{m}} = 4{,}79\,\frac{m}{s}$

VI-2a. $\mu_{H,\max} \ge \frac{0{,}866 - 0{,}5}{0{,}866 + 0{,}5} = 0{,}2679$

VI-2b. links der Umlenkrolle: $F_S = F_{t1} + F_{H,\max 1} = 5\,N + 0{,}27\cdot 8{,}66\,N = 7{,}32\,N$

rechts der Umlenkrolle: $F_S = F_{t2} - F_{H,\max 2} = 8{,}66\,N - 0{,}27\cdot 5\,N = 7{,}32\,N$

VI-2c. $a = g\cdot 0{,}0464 = 0{,}464\,m\,s^{-2}$

VI-2d. $F_{S1} = 5\,N + 0{,}2\cdot 8{,}66\,N + 0{,}464\,N = 7{,}196\,N$

VI-3a. Lösung für $\mu_{H,\max}$: $\mu_{H,\max} = \frac{x_0}{l - x_0} = \frac{0{,}3}{0{,}7} = 0{,}4286$

VI-3b. Gleitreibungszahl: $\mu_G = \mu_{H,\max} - 0{,}1\cdot\mu_{H,\max} = 0{,}3857 \approx 0{,}39$

Lösung:

Beschleunigung für $0 \le x \le x_0$ $\quad a(x) \equiv 0$

Sprung (Unstetigkeitsstelle) bei $\quad x = x_0$

Beschleunigung für $x_0 \le x \le l$ $\quad a(x) = \left(\frac{x}{l}(1+\mu_G) - \mu_G\right)g = \left(1{,}39\frac{x}{l} - 0{,}39\right)g$

Beschleunigung für $x > l$ $\quad a(x) = g = konst.$

VI-3c. $E_{pot} = 1\cdot 10\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(1 - \frac{0{,}3^3}{1}\right)J = 4{,}5500\,J$

$$W_R = 0,3857 \cdot 10 \cdot 1\left[0,7 - \frac{1}{2 \cdot 1}\left(1^2 - 0,3^2\right)\right] J = 0,9450\, J$$

Lösung für v:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{kin}\left(x = l\right)}{m_{ges}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3,605}{1kg}} = 2,685\,\frac{m}{s}$$

VII-1. Ein Wagen der Masse $m = 1600\,kg$ soll innerhalb einer Zeit von $t = 2,5$ Minuten eine Rampe der Länge $s = 190\,m$ mit einer Steigung von 16% aus dem Stillstand hochgezogen werden. Die Bewegung sei gleichmäßig beschleunigt. Die Rollreibungszahl beträgt $\mu_R = 0,1$. Welche Leistung muss der Motor bei einem Wirkungsgrad von $\eta = 0,75$ aufbringen?

a. Man kann die mittlere und die maximale Leistung aus Kraft und Geschwindigkeit bestimmen.

b. Alternativ kann die mittlere Leistung aus den benötigten Energien und den geleisteten Arbeiten bestimmen.
(Allgemeiner Hinweis: Steigung ist der Quotient aus der Höhenänderung und dem entsprechenden horizontalen Weg)

VII-2. Auf einem Hang (Länge L; Neigungswinkel α gegen die Horizontale läuft ein Schlepplift. Welche Leistung P_L muss der Lift aufbringen, um N Personen der (mittleren) Masse m mit der Geschwindigkeit v den Hang hinaufzuschleppen? Berechnen Sie die notwendige Leistung PL für folgende Betriebsbedingungen: $N = 30$, $m = 75$ kg, $v = 1,2$ m/s, $\alpha = 25°$, $L = 1200$ m, Gleitreibungszahl $\mu_G = 0,08$ zwischen Skibelag und Schnee.

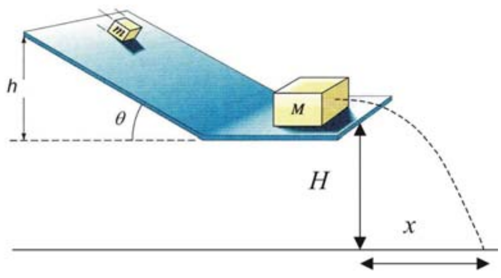
VII-3. Die Geschwindigkeit eines Fahrzeugs mit der Masse $m = 1500\,kg$ sinkt auf ebener horizontaler Strasse nach dem Auskuppeln des Motors in 8 s von 95 km/h auf 85 km/h.

a. Welche Motorleistung benötigt das Fahrzeug (näherungsweise), um die konstante Geschwindigkeit von 90 km/h auf ebener horizontaler Strasse halten zu können.

b. Welche Gesamtleistung wird benötigt, wenn dieses Fahrzeug eine 8%ige Autobahnsteigung (z.B. bei den „Kasseler Bergen“) mit der Geschwindigkeit von 90 km/h durchfahren soll?

Zusatzaufgaben ---

VII-4. Betrachten Sie eine schiefe Ebene auf einem Tisch mit der Höhe $H = 1,0\,m$. Ein Block der Masse $m = 1\,kg$ gleitet diese schiefe Ebene mit Neigungswinkel $\theta = 40°$ hinab. In der Ausgangshöhe $h = 80\,cm$ besitzt er die Geschwindigkeit $v_0 = 3\,m\,s^{-1}$. Am Ende der Ebene stößt er auf einen Block der Masse $M = 5\,kg$. Der gestoßene Block verlässt die Ebene und fällt die Tischhöhe H hinab. Der Aufschlagpunkt liegt $x = 55,9\,cm$ von der Tischkante entfernt.



a. Wie viel Prozent der ursprünglichen kinetischen Energie der Masse m gehen beim Stoß der Massen m und M durch Verformung und/oder Wärme verloren? (Hinweis: Die Blöcke können als Massenpunkte behandelt werden, die reibungsfrei gleiten.)

Lösungen:

VII-1a. Mittlere Gesamtleistung: $\overline{P}_{ges} = \frac{1}{\eta} \cdot \overline{P}_{Nutz} = \frac{1}{0{,}75} \cdot 5237 = 6983\,W$

Maximale Gesamtleistung: $P_{ges}^{\max} = \frac{1}{\eta} \cdot P_{Nutz}^{\max} = \frac{1}{0{,}75} \cdot 10475 = 13966\,W$

VII-1b. Mittlere Gesamtleistung: $\overline{P}_{ges} = \frac{1}{\eta} \cdot \overline{P}_{Nutz} = \frac{1}{0{,}75} \cdot 5237 = 6983\,W$

(**Kommentar:** Wenn man annimmt, dass der Wagen am Ende der Rampe wieder die Geschwindigkeit $v = 0$ hat, entfällt der Energieanteil E_{kin}. Die Aufgabenstellung macht keine Aussage über die Endgeschwindigkeit. Da die kinetische Energie klein im Vergleich mit der Summe aus Hubarbeit und Reibungsarbeit ist (hier: weniger als 0,7% der Gesamtarbeit), kann man sie natürlich näherungsweise weglassen.)

VII-2. Lösung 1: $P_L = 30 \cdot \left(317{,}0 + 54{,}4\right) N \cdot 1{,}2\, m\, s^{-1} = 13{,}37\, kW$

Lösung 2: $P_L = N\, m\, g \left(\sin\left(25°\right) + \mu_G \cos\left(25°\right)\right) \cdot v = 13{,}37\, kW$

VII-3a. Lösung: $P_0 = F \cdot v = 1500\, kg \cdot 0{,}347\, m\, s^{-2} \cdot 25\, m\, s^{-1} = 13{,}02\, kW$

VII-3b. Gesamtleitung: $P_{ges} = 13{,}02\, kW + 30\, kW = 43\, kW$

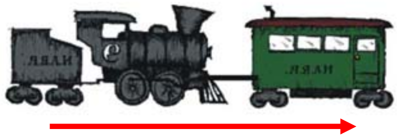
VII-4a.

$$\varepsilon = 1 - \left(1 - \frac{5}{4}\right)^2 - 5\left(\frac{1}{4}\right)^2 = 1 - \frac{1}{16} - \frac{5}{16} = 1 - \frac{6}{16} = \frac{10}{16}$$

$$\varepsilon = 62{,}5\,\%$$

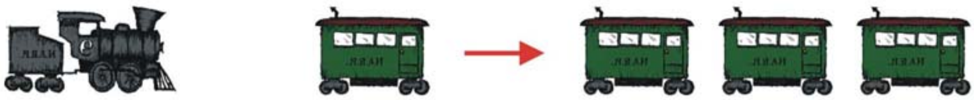
Tutorium Physik I **VIII. Übungsblatt** **49 KW 2010**
zur Vorlesung Prof. Dr. Schrewe **WS1011**

VIII-1. Eine Rangierlok der Masse 25 t, die einen (nicht angekuppelten) Waggon der Masse 10 t vor sich her schiebt, wird gleichmäßig beschleunigt. Sie soll in 5 s aus dem Stand heraus eine Endgeschwindigkeit von 18 km/h erreichen. Dabei ist ständig eine Reibungskraft von 5 kN vorhanden.



a. Wie groß ist die maximale und wie groß die mittlere Leistung, die die Lok aufbringen muss?

Nach Erreichen der Endgeschwindigkeit bremst die Lok, der geschobene Waggon löst sich und rollt mit konstanter Geschwindigkeit weiter. Nach einer reibungsfreien Fahrt stößt er auf drei stehende, aneinander gekuppelte gleiche Waggons mit jeweils 10 t Masse und kuppelt automatisch an diese an.



b. Mit welcher gemeinsamen Geschwindigkeit rollen die vier Waggons weiter?

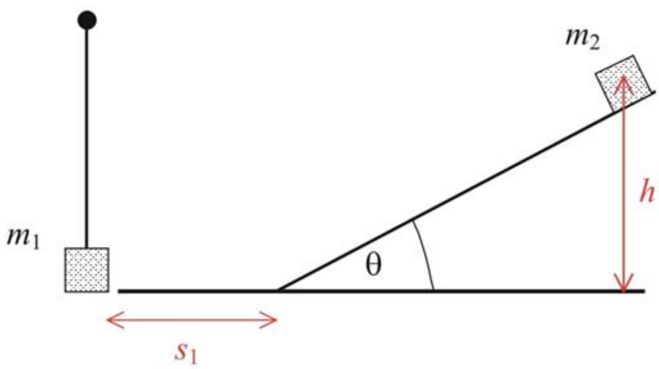
c. Wie groß ist der relative Energieumsatz in der Kupplung? (Hinweis: Gesucht ist der Energieverlust Q beim Stoß geteilt durch die kinetische Energie E_{kin}^0 des stoßenden Waggons.)

d. Welche Kraft muss die Kupplung aufbringen, wenn die Ankupplungszeit circa 0,75 s beträgt?

VIII-2. PKW_1 mit Masse m_1 = 800 kg fährt auf einen langsamer fahrenden PKW_2 mit Masse m_2 = 1600 kg auf. Nach dem Auffahrunfall kann aus Reifenspuren auf folgende Geschwindigkeiten nach der Kollision geschlossen werden: u_1 = 13 m/s und u_2 = 13,5 m/s. Anhand der Schäden an den beiden Unfallfahrzeugen schätzt ein Sachverständiger die totale Verformungsenergie auf Q = 26,6 kJ. Wie groß waren die Geschwindigkeiten v_1 und v_2 der beiden Fahrzeuge vor dem Unfall?

Zusatzaufgabe ---

VIII-3. Ein Körper der Masse $m_2 = 1kg$ gleitet aus der Höhe $h = 1m$ eine schiefe Ebene mit dem Neigungswinkel $\theta = 30°$ hinab. Anschließend rutscht er auf einem horizontalen Streckenabschnitt der Länge $s_1 = 1m$ und stößt am Ende auf einen Pendelkörper mit der Masse



$m_1 = 0,5\,kg$. Die Gleitreibungszahl auf der gesamten Strecke beträgt $\mu_G = 0,1$. Berechnen Sie, wie hoch das Pendel mit der Masse m_1 ausschwingt (Masse der Pendelstange kann vernachlässigt werden), für folgende Bedingungen:

a. Einen (vollkommen) **elastischen Stoß** zwischen den Massen m_2 und m_1.

b. Einen **unelastischen Stoß** zwischen den Massen m_2 und m_1, wobei als Zusatzbedingung angenommen werden soll, dass beim Stoß 25% der kinetischen Energie in Verformungs- bzw. Wärmeenergie umgewandelt wird.

c. Einen **vollkommen unelastischen Stoß**.

d. Wie groß ist der Energieverlust beim vollkommen unelastischen Stoß (**V1c**.) relativ zur kinetischen Energie des Körpers m_2 direkt vor dem Stoß?

Lösungen:

VIII-1a. Maximale Leistung: $P_{\max} = F_{ges}\, v_{\max} = 40\, kN \cdot 5 \frac{m}{s} = 200\ kW$

Mittlere Leistung: $P_{mittel} = F_{ges}\, v_{mittel} = 40\, kN \cdot 2,5 \frac{m}{s} = 100\ kW$

VIII-1b. $u = \frac{10}{40} v_1 = \frac{5}{4} m\, s^{-1} = 1,25\, m\, s^{-1}$

VIII-1c. Relativer Energieumsatz: $\frac{Q}{E_{kin}} = 1 - \frac{m_1}{\sum_{i=1}^{4} m_i} = 1 - \frac{10}{40} = 75\%$

VIII-1d. $F_1 = \frac{10000(1,25-5)}{0,75} N = -50\, kN$

$$F_{234} = \frac{30000 \cdot 1,25}{0,75} = +50\, kN$$

VIII-2. Lösungen: $v_{1,+} = 20\ ms^{-1}$ und $v_{2,+} = 10\ ms^{-1}$

(Die Lösungen zur negativen Wurzel scheiden aus, da $v_{1,-} = \frac{20}{3}\ ms^{-1}$ kleiner ist als $v_{2,-} = \frac{50}{3}\ m\, s^{-1}$ und in diesem Fall kein Auffahrunfall möglich wäre.)

VIII-3. Geschwindigkeit des Körpers m_2 vor dem Kontakt mit dem Pendel:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{kin,K}}{m_2}} = 3,813\, m\, s^{-1}$$

VIII-3a. mit $v_1 = 0$: $u_1 = \frac{2\, m_2}{m_1 + m_2} v_2 = \frac{2}{1,5} v_2 = \frac{4}{3} v_2 = 5,084\, m\, s^{-1}$

mit $v_1 = 0$: $u_2 = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2 = \frac{1-0,5}{1,5} = +\frac{1}{3} v_2 = 1,271\, m\, s^{-1}$

$$h_{elastisch} = \frac{u_1^2}{2\, g} = 1,292\, m$$

VIII-3b. $u_1 = v_2 = 3,813\, m\, s^{-1}$

$$u_2 = \frac{1}{2} v_2 = 1,907\, ms^{-1}$$

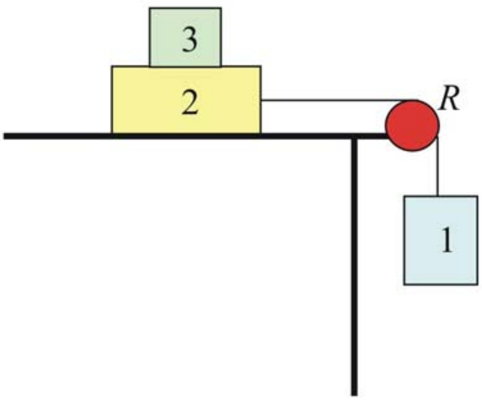
$$h_{unelastisch} = \frac{u_1^2}{2\, g} = 0,727\, m$$

VIII-3c. V Lösung für u: $u = \frac{m_2}{m_1 + m_2} v_2 = \frac{1\, kg}{1,5\, kg} v_2 = \frac{2}{3} v_2 = 2,542\, m\, s^{-1}$

$$h_{vollk.unelastisch} = \frac{u^2}{2\, g} = 0,323\, m$$

VIII-3d. Relativer Energieverlust: $\frac{Q_{vu}}{E_{kin,2}} = \frac{1}{3} = 33,3\%$

IX-1. Auf einem Tisch liegen zwei Blöcke $m_2 = 3\,kg$ und $m_3 = 1{,}5\,kg$ übereinander. Die Gleitreibungszahlen zwischen Block Nr.2 und dem Tisch und zwischen den beiden Blöcken Nr. 2 und Nr. 3 betragen $\mu_G = 0{,}3$, die Haftreibungszahlen $\mu_{H,\max} = 0{,}4$. Der Block Nr. 1 ist mit einem Seil, das über eine Umlenkrolle geführt ist, mit dem Block Nr.2 verbunden. (Seil und Umlenkrolle sollen als masselos betrachtet werden.)



a. Überlegen Sie zunächst, was passieren würde, wenn weder Haftreibung noch Gleitreibung vorhanden wäre. Würde sich der Block Nr. 3 bewegen? Bestimmen Sie die Beschleunigung des Blocks Nr. 2, wenn der Block Nr. 1 eine Masse von $m_1 = 2\,kg$ besitzt?

Berücksichtigen Sie im Folgenden die genannten Reibungszahlen:

b. Wie groß muss die Masse des Blocks Nr. 1 mindestens sein (m_{1a}), damit der Block m_2 bewegt werden kann?

c. Wie groß darf die Masse des Blocks Nr. 1 höchstens sein (m_{1b}), damit der Block Nr. 3 auf dem Block Nr. 2 haften bleibt?

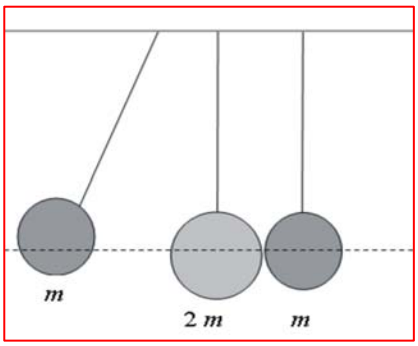
d. Wie groß ist die Beschleunigung des Blocks Nr. 2, wenn für die Masse des Blocks Nr. 1 gilt $m_1 = 2\,kg$? (Hinweis: Überlegen Sie zunächst, was bei dem gegebenen Wert von m_1 mit Block Nr. 3 passiert).

e. Die Masse des Blocks Nr. 1 soll $m_1 = 8\,kg$ betragen. Bestimmen Sie die Beschleunigung für Block Nr. 2 (a_2) und für Block Nr. 3 (a_3).

f. Skizieren Sie die Ergebnisse für die Beschleunigungen $a = a_1 = a_2$ und a_3 als Funktion der Masse m_1 des Blocks Nr. 1. Diskutieren Sie den Verlauf und die Sprungstellen.

IX-2. Eine Pendelmasse $m_a = m$ mit der Geschwindigkeit $v_a = 1\,m\,s^{-1}$ stößt elastisch auf zwei in Ruhe nebeneinander hängende Pendel mit der Masse $m_b = 2m$ und $m_c = m$.

Beim Stoßvorgang befinden sich alle Schwerpunkte auf gleicher Höhe (gestrichelten Linie).



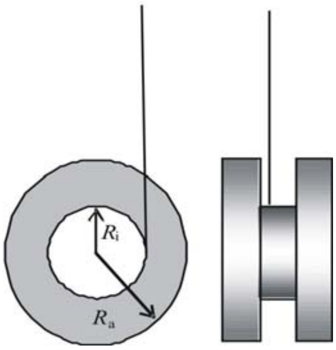
a. Wie groß sind nach dem Stoß die Geschwindigkeiten u_a der Masse m_a und u_c der Masse m_c?

b. Wie viel Prozent der ursprünglichen Energie von m_a wird auf m_c übertragen?

c. Wie verteilt sich die Energie nach den Stoßvorgängen auf die Massen m_a und m_b?

Zusatzaufgabe --

IX-3. Ein JoJo besteht aus drei homogenen Holzscheiben gleicher Dicke $d = 1cm$. Die äußeren beiden Scheiben haben einen Radius von $R_a = 2,5cm$, die zentrale Scheibe besitzt einen Radius von $R_i = 1cm$, das Holz hat eine Dichte von $\rho = 1,1 g\, cm^{-3}$. Um die zentrale Scheibe ist ein Faden der Länge $l = 1m$ gewickelt (Masse vernachlässigbar).



a. Berechnen Sie das Massenträgheitsmoment des JoJo bezüglich der axialen Symmetrieachse durch den Massenmittelpunkt.

b. Das JoJo wird losgelassen und der aufgewickelte Faden am äußersten Punkt festgehalten. Wie lange dauert es, bis der Faden abgewickelt ist und das JoJo am tiefsten Punkt angelangt ist?

Lösungen:

IX-1. Haftreibungskraft und Gleitreibungskraft für die Kontaktfläche zwischen Block Nr. 2 und der Unterlage (Tisch):

$$F_{H,\max 2} = \mu_{H,\max} F_n = \mu_{H,\max} \left(m_2 + m_3\right) g$$
$$F_{H,\max 2} = 0,4 \cdot 4,5\,kg \cdot 10\,m\,s^{-2} = 18\,N$$
$$F_{G2} = \mu_G F_n = \mu_G \left(m_2 + m_3\right) g$$
$$F_{G2} = 0,30 \cdot 4,5\,kg \cdot 10\,m\,s^{-2} = 13,5\,N$$

Haftreibungskraft und Gleitreibungskraft für die Kontaktfläche zwischen Block Nr. 3 und der Unterlage (Block Nr.2):

$$F_{H,\max 3} = \mu_{H,\max} F_n = \mu_{H,\max} m_3 g$$
$$F_{H,\max 3} = 0,4 \cdot 1,5\,kg \cdot 10\,m\,s^{-2} = 6\,N$$
$$F_{G3} = \mu_G F_n = \mu_G m_3 g$$
$$F_{G3} = 0,3 \cdot 1,5\,kg \cdot 10\,m\,s^{-2} = 4,5\,N$$

IX-1a. $a = \dfrac{2}{2+3} \cdot g = 0,4\,g = 4\,m\,s^{-2}$

IX-1b. ösung: $m_{1a} = 1,8\,kg$

IX-1c. Bedingung für Haftreibung: $a_3 < \mu_{H,\max} \cdot g$ (*)

Allgemeine Lösung für a $\quad a = \dfrac{m_1 - \left(m_2 + m_3\right)\mu_G}{m_1 + m_2 + m_3} \cdot g$ (5)

Gesuchter Wert der Masse m_{1b}: $m_{1b} = 5,25\,kg$

IX-1d. Lösung: $a = \dfrac{2 - 4,5 \cdot 0,3}{6,5} \cdot g = 0,1 \cdot 10\,m\,s^{-2} = 1\,m\,s^{-2}$

IX-1e. Allgemeine Lösung für a $\quad a = \dfrac{m_1 - \left(m_2 + 2\,m_3\right)\mu_G}{m_1 + m_2} \cdot g$ (7)

Lösung: $a = \dfrac{6,2}{11}\,g = 0,564 \cdot 10\,m\,s^{-2} = 5,64\,m\,s^{-2}$

Lösung: $a_3 = \mu_G\, g = 0,3 \cdot 10\,m\,s^{-2} = 3\,m\,s^{-2}$

IX-1f. <u>Ohne Reibung:</u> Die Beschleunigung ohne Berücksichtigung der Reibung ist eine monoton wachsende Funktion mit dem Grenzwert $a \to g$ wenn $m_1 \to \infty$. Zur Erklärung: Wenn m_1 sehr klein ist, wird die Trägheitskraft von m_2 bestimmt, bei sehr großem m_1 entspricht dessen Wert praktisch der Gesamtmasse.

<u>Mit Reibungskräften</u>: Die Funktion der Beschleunigung a_2 des Blocks Nr. 2 hat zwei Sprungstellen. Bei $m_1 \le 1,8\,kg$ haftet Block Nr. 2 auf dem Tisch und es gilt $a_2 = 0$. Im Bereich $1,8\,kg < m_1 \le 5,25\,kg$ werden die Blöcke Nr. 2 und Nr. 3 gemeinsam beschleunigt. Wenn $m_1 > 5,25\,kg$ ist, ist die Trägheitskraft von Block Nr. 3 größer als dessen Haftreibungskraft. Die Trägheitskraft von Block Nr. 3 wird deshalb nicht mehr auf den Block Nr. 2 übertragen. Stattdessen wirkt die Gleitreibungskraft von Block Nr. 3 der Seilkraft an Block 2 entgegen. Die Beschleunigung von Block Nr. 3 ist für

$m_1 < 5,25\,kg$ gleich der Beschleunigung des Blocks Nr. 2. Wenn $m_1 > 5,25\,kg$ ist die Beschleunigung von Block Nr. 3 konstant.

IX-2a. Lösung: $u_0 = \frac{m-2m}{m+2m} v_a = -\frac{1}{3} v_a = -0,3333\, m\, s^{-1}$

Ergebnis: $u_c = \frac{8}{9} m\, s^{-1} = 0,88888\, m\, s^{-1}$

IX-2b. Ergebnis: $P_c = \frac{E_{kin,c}^{nachher}}{E_{kin,a}^{vorher}} = \frac{0,3951}{0,5} = 79,0\%$

IX-2c. Ergebnis: $P_a = \frac{E_{kin,a}^{nachher}}{E_{kin,a}^{vorher}} = \frac{0,0555}{0,5} = 11,1\%$

Ergebnis: $P_b = \frac{E_{kin,b}^{nachher}}{E_{kin,a}^{vorher}} = \frac{0,0494}{0,5} = 9,9\%$

Prüfung: $P_a + P_b + P_c = 79,0\,\% + 9,9\,\% + 11,1\% = 100,0\,\%$

IX-3a. Lösung: $J_{ges} = \pi\, d\, \rho \left[R_a^4 + \frac{1}{2} R_i^4 \right] = 1,367 \cdot 10^{-5}\, kg\, m^2$

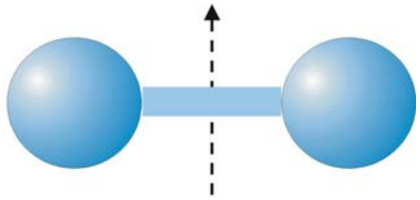
IX-3b. $a = 2,544\, m\, s^{-2}$

Zeit zum Durchfallen einer Strecke von $l = 1\, m$.

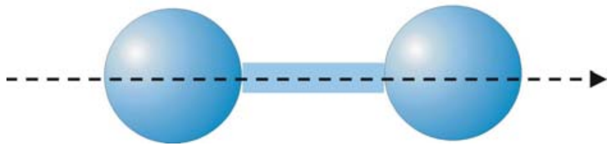
$$t = \sqrt{\frac{2l}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1m}{2,544\, m\, s^{-2}}} = 0,887\, s$$

Tutorium Physik I | **X. Übungsblatt** | **51 KW 2010**
zur Vorlesung Prof. Dr. Schrewe | **WS1011**

X 1. Berechnen Sie das Massenträgheitsmoment für folgende Körper mit **homogener Dichte**. Die Körper sollen jeweils die Gesamtmasse m_{ges} besitzen. Die gestrichelte Linie zeigt die Drehachse. Das Ergebnis soll in der Form $J_{ges} = x \cdot m_{ges} \cdot R^2$ angegeben werden, wobei der Faktor x aus den Angaben zur Geometrie zu bestimmen ist..

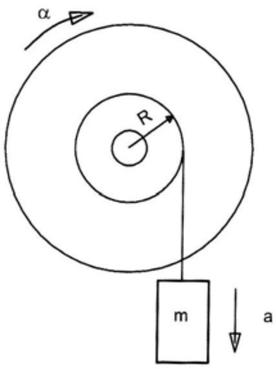


a. **Hantel senkrecht zur Symmetrieachse:**
Radius der Kugeln R,
Länge der Verbindungsstange $L = 2 \cdot R$,
Radius der Verbindungsstange $r = 0,2 \cdot R$.



b. **Hantel parallel zur Symmetrieachse:**
Radius der Kugeln R,
Länge der Verbindungsstange $L = 2 \cdot R$,
Radius der Verbindungsstange $r = 0,2 \cdot R$.

X 2. Ein Drehmomentenrad erfährt um seine horizontale Achse eine Winkelbeschleunigung, die durch die Gewichtskraft eines Körpers der Masse $m = 10\,kg$ erzeugt wird, der an einem um die Achse ($R = 8\,cm$) gewickelten Faden hängt. Lässt man den Körper (m) los, so bewegt er sich in $t = 5\,s$ um die Strecke $s = 2m$ nach unten. Berechnen Sie das Massenträgheitsmoment des Systems Rad/Achse,



a. indem Sie die am System wirkenden **Kräfte und Momente betrachten**,
b. indem Sie den **Energieerhaltungssatz anwenden**.

Zusatzaufgaben ---

X 3. Eine Masse ($m_1 = 1kg$) ist mit einem (masselosen) Seil über eine Umlenkrolle (homogener Zylinder) der Masse $m_R = 0,5\,kg$ mit einer zweiten Masse m_2 verbunden (Abb. 1).

a. Wie groß ist muss m_2 sein, um $s = 2,5m$ in $t = 1s$ zu durchfallen?
b. Welche Höchstgeschwindigkeit erreichen die Massen?
c. Wie groß ist die mittlere Leistung, wie groß die Maximalleistung?

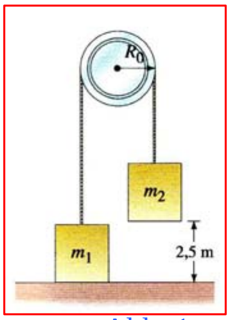
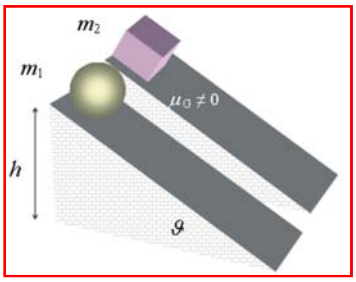


Abb. 1.

X 4. Man vergleiche eine <u>rollende Kugel</u> (Masse $m_1 = 1kg$) und eine <u>gleitende Masse</u> ($m_2 = 1kg$) auf einer schiefen Ebene. Der Steigungswinkel der schiefen Ebene beträgt $\vartheta = 30°$, beide Körper starten in der Höhe $h = 1m$ ohne Anfangsgeschwindigkeit
(siehe Abb. 2, Darstellung nicht maßstabgerecht!).



a. Wie groß muss die Gleitreibungszahl für die Masse m_2 sein, damit sie in gleicher Zeit wie die Kugel m_1 unten ankommt?

Lösungen:

Abb. 2.

X 1a. Lösung: Faktor *x*: $x = \frac{J_{ges}}{m_{ges} R^2} = 2 \cdot 2{,}1354 + 0{,}0097 = 4{,}28$

X 1b. Lösung: Faktor *x*: $x = \frac{J_{ges}}{m_{ges} R^2} = 2 \cdot 0{,}19413 + 0{,}000583 = 0{,}389$

X 2a. $J = 10 \cdot (0{,}08)^2 \frac{10 - 0{,}16}{0{,}16} kg\, m^2 = 3{,}936\, kg\, m^2$

X 2b. $J = 0{,}064\, kg\, m^2 \cdot 61{,}5 = 3{,}936\, kg\, m^2$

X 3a. Beschleunigung der Massen m_1 und m_2

$$a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2 \cdot 2{,}5\, m}{1^2\, s^2} = 5\, m\, s^{-2}$$

$$m_2 = \frac{1 \cdot 15 + 0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 5}{5} kg = 3{,}25\, kg$$

X 3b. $v_E = \sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}25 \cdot 10 \cdot 2{,}5}{4{,}5}}\, m\, s^{-1} = 5\, m\, s^{-1}$

X 3c. $\bar{P} = \frac{0{,}5 \cdot 4{,}5\, kg \cdot 5^2\, m^2\, s^{-2}}{1 s} = 56{,}25\, W$

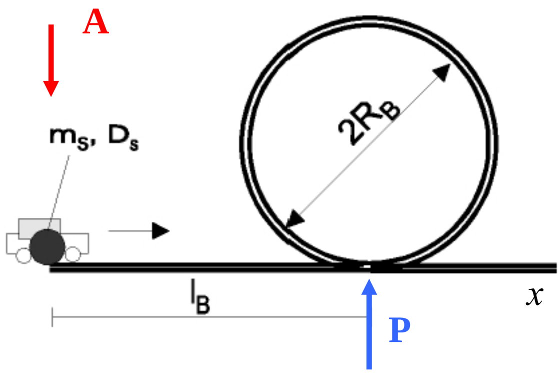
Mittlere Leistung 2. Methode: $\bar{P} = 4{,}5\, kg \cdot 5\, m\, s^{-2} \cdot \frac{5\, m\, s^{-1}}{2} = 56{,}25\, W$

Maximalleistung: $P_{\max} = 4{,}5\, kg \cdot 5\, m\, s^{-2} \cdot 5\, m\, s^{-1} = 112{,}5\, W$

X 4a. $\mu_G = \frac{2}{7} \tan \vartheta = 0{,}165$

Tutorium Physik I **XI. Übungsblatt** **52 KW 2010**
zur Vorlesung Prof. Dr. Schrewe **WS1011**

XI-1. Ein Student möchte sein neues Weihnachtsgeschenk, ein Spielzeugauto und eine Loopingbahn testen. Das Auto hat eine Masse von $m_A = 200\,g$ mit Schwungradantrieb (Vollscheibe mit der Masse $m_S = 50\,g$, Durchmesser $D_S = 4\,cm$) und die Loopingbahn besteht aus einer horizontaler Anlaufstrecke der Länge $l_B = 50\,cm$ und einer Loopingschleife mit Radius $R_B = 20\,cm$. Das Schwungrad dient nicht nur als Energiespeicher, sondern auch als Antriebsrad (d. h. die Umfangsgeschwindigkeit des Rades entspricht der Fahrgeschwindigkeit des Autos).



a. Das Auto soll durch die Loopingschleife fahren können. Bestimmen Sie die kleinste Geschwindigkeiten $v_{\min}$, die es im höchsten Punkt der Schleife haben kann, ohne herabzufallen. (Betrachten Sie dazu das Auto näherungsweise als <u>Massenpunkt</u>, der sich <u>reibungsfrei</u> bewegt.)

b. Bestimmen Sie die Geschwindigkeit v_P ,die das Auto im Punk (**P**) (Einfahrt in die Loopingschleife) haben muss, um die im Aufgabenteil **a.** genannten Bedingungen zu erfüllen.

c. Skizzieren Sie die Funktion der Normalkraft, die auf das Auto entlang der Fahrtstrecke x wirkt ($x > l_B + \pi \cdot (2R_B)$).Betrachten Sie hierzu die Geschwindigkeit v bei (**P**), insbesondere v_{links} für $x = l_B - \varepsilon$ und v_{rechts} für $x = l_B + \varepsilon$, mit jeweils $\varepsilon \to 0$.

d. Mit welcher Anfangsdrehzahl muss sich das Schwungrad am Anfangspunkt (**A**) der Loopingbahn drehen?

XI-2. Zwei Schwungräder in Form von homogenen Vollzylindern mit den Massen $m_1 = 0{,}8\,kg$ und $m_2 = 1{,}5\,kg$ und dem Radius $R_1 = R_2 = 10\,cm$ haben eine Drehzahl von $n_1 = 900\,\min^{-1}$ und $n_2 = 600\,\min^{-1}$. Die beiden Schwungräder werden gekuppelt. Die Kupplungszeit dauert $\Delta T = 0{,}5\,s$.

a. Welche gemeinsame Drehfrequenz haben die Schwungräder nach dem Kuppeln?

b. Wie groß ist der Drehimpuls der beiden verkuppelten Schwungräder?

c. Berechnen Sie die Veränderung des Drehimpulses vor und nach dem Kupplungsvorgang für beide Schwungräder getrennt. Kommentieren Sie das Ergebnis.

d. Welches Drehmoment hat beim Kupplungsvorgang gewirkt?

e. Betrachten Sie die Energien: Welche Energien hatten die Schwungräder vor, welche Energie haben sie nach der Kupplung? Gilt der Energieerhaltungssatz? Kommentieren Sie auch dies Ergebnis.

Lösungen:

XI-1a. Minimalgeschwindigkeit: $v_{\min} = \sqrt{R_B\, g} = \sqrt{0{,}2 \cdot 10}\,\frac{m}{s} = 1{,}414\,\frac{m}{s}$

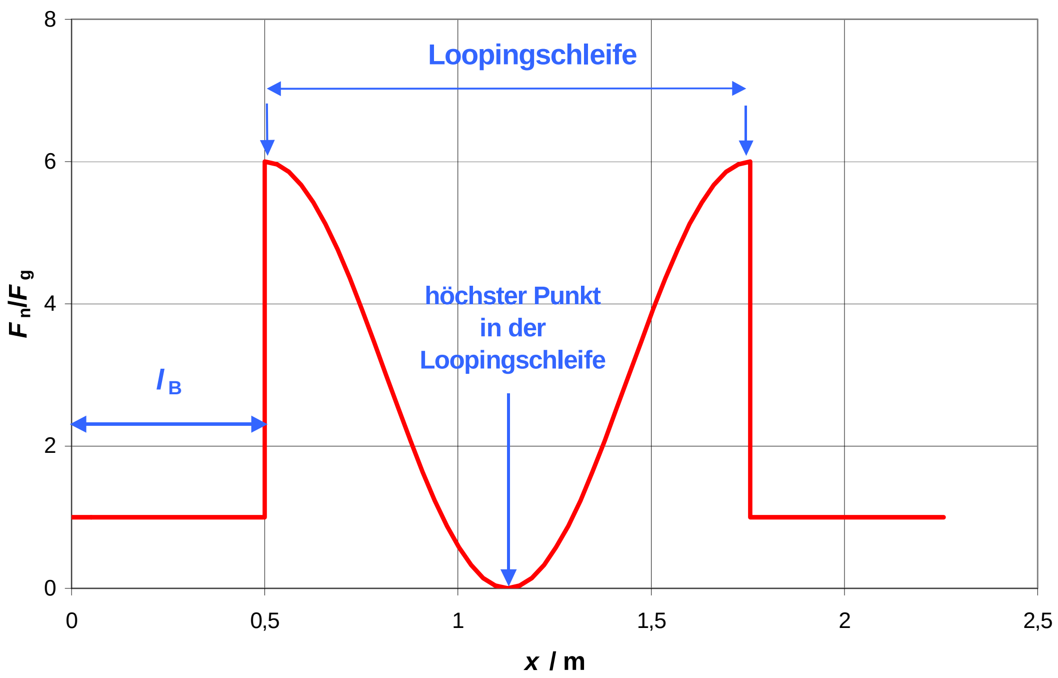
XI-1b. $v_P = \sqrt{10}\,\frac{m}{s} = 3{,}162\,\frac{m}{s}$

XI-1c. Lösung:

Für $0 < x < l_B$: $\frac{F_n(x)}{F_g} = 1$

für $l_B < x < l_B + 2\pi R_B$: $\frac{F_n(x)}{F_g} = 3\left(1 + \cos\frac{x - l_B}{R_B}\right)$

für $x > l_B + 2\pi R_B$: $\frac{F_n(x)}{F_g} = 1$



XI-1d. Lösung: $n_S = \frac{v_A}{\pi\, D_S} = \frac{\sqrt{10}}{\pi \cdot 0{,}04}\, s^{-1} = 25{,}2\, s^{-1}$

XI-2a. $n_{gem} = 704\,\min^{-1}$

XI-2b. $L' = 0{,}848\,\frac{kg\, m^2}{s}$

$L' = 0{,}848\,\frac{kg\, m^2}{s}$

XI-2c. $\Delta L_1 = \pi \cdot m_1\, R^2 \left(-\frac{196}{60\, s}\right) = -0{,}082\,\frac{kg\, m^2}{s}$

$\Delta L_2 = \pi \cdot m_2\, R^2 \left(-\frac{104}{60\, s}\right) = +0{,}082\,\frac{kg\, m^2}{s}$

XI-2d. Drehmoment: $M = \frac{dL}{dt} = \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{0,082\,kg\,m^2}{0,5\,s^2} = 0,164\,Nm$

XI-2e. Relativer Energieverlust: $\frac{Q}{E_{ges}} = \frac{1,318}{32,569} = 0,040 \approx 4\%$

Die Rotationsenergien vor und nach dem Kupplungsvorgang sind nicht gleich. Der Energieverlust beträgt 4%.