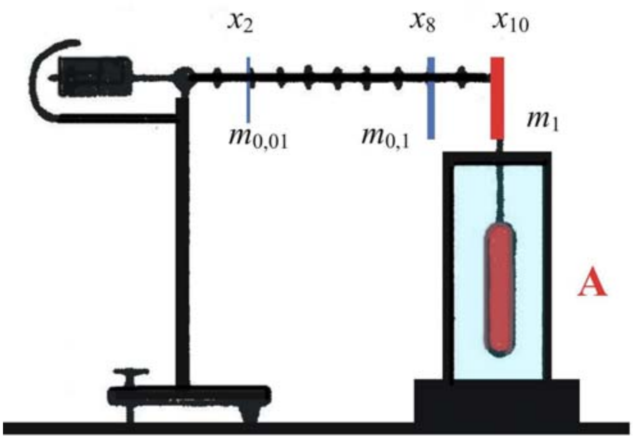
Fachhochschule Hannover vorgezogene Wiederholungsklausur 30.09.2005
Fachbereich Maschinenbau Zeit: 90 min
zum Fach Physik II im SS05 Hilfsmittel: Formelsammlung zur Vorlesung



1a. Im Physiklabor wird die Dichte von Flüssigkeiten mit einer Auftriebswaage (Mohrsche Waage) bestimmt. Der Auftriebskörper (**A**) taucht vollständig in die zu untersuchende Flüssigkeit ein. Zunächst wird die Waage mit destilliertem Wasser ($\rho_W = 0{,}9982\, g\, cm^{-3}$ bei $T = 20°C$) austariert. Dies erfordert, die Masse m_1 im Abstand $x_{10} = 10$ Teilstrichen vom Drehpunkt aufzuhängen.
a. Dann werden unbekannte Flüssigkeiten untersucht: Um die Waage jetzt ins Gleichgewicht zu bringen müssen zusätzlich die beiden Massen $m_{0,01} = 0{,}01 \cdot m_1$ am Teilstrich x_2 und $m_{0,1} = 0{,}1 \cdot m_1$ am Teilstrich x_8 aufgehängt werden. Wie groß ist die Dichte der Flüssigkeit?
b. Welche Massen m_1, $m_{0,1}$, $m_{0,01}$....usw. müssen wo aufgehängt werden, damit bei der Dichtebestimmung von Benzol ($\rho_3 = 0{,}869\, g\, cm^{-3}$) die Waage ins Gleichgewicht gebracht wird?

2.a. Welche Beziehungen gelten für den Druck in Wasser als Funktion Tiefe und für den Druck in der Atmosphäre als Funktion der Höhe?
b. Geben Sie den Druck in 1000 m Wassertiefe und 11 000 m Höhe in der Atmosphäre an.
c. Skizzieren Sie den Druckverlauf im Wasser und in der Atmosphäre.

3. Es sollen unterschiedliche Pendel mit gleicher Schwingungsdauer $T = 1\, s$ betrachtet werden.
a. Pendel Nr. 1: Eine Scheibe mit Radius R = 10 cm soll um einen Drehpunkt innerhalb der Scheibe (aber außerhalb des Schwerpunkts) drehbar aufgehängt werden. Welchen Abstand hat der Drehpunkt vom Schwerpunkt?
b. Pendel Nr. 2: Das Pendel bestehe jetzt aus der in 3a. genannten Scheibe mit Radius 10 cm, die an einem am Rand befestigten (masselosen) Faden aufgehängt ist. Wie groß ist jetzt der Abstand zwischen Schwerpunkt und dem Drehpunkt am Ende des Fadens?

4. Beschreiben Sie erzwungene Schwingungen für unterschiedliche Dämpfungen:
a. Skizzieren Sie Resonanzkurven (gemeint: Amplitudenverlauf als Funktion von ω_a/ω_0) für vier Abklingkonstanten β mit $0 \le \beta \le \left(1/\sqrt{2}\right)\omega_0$
b. Was passiert, wenn die Abklingkonstante $\beta = \left(1/\sqrt{2}\right)\omega_0$ ist? Begründung!
c. Skizzieren Sie den Winkel δ der Phasenverschiebung als Funktion von ω_a/ω_0.

5. Ein Drehpendel besteht aus einer Spiralfeder mit der Winkelrichtgröße $D^* = 0{,}082\, N\, m$ und einer zylindrischen Scheibe der Masse $m_S = 0{,}4\, kg$ mit Radius $R_s = 0{,}16\, m$. Es wird durch das äußere Drehmoment $M(t) = M_0 \cdot \sin(\omega_a t)$ angeregt, mit $M_0 = 0{,}0829\, Nm$. Das Resonanzmaximum liegt bei der (Kreis-)Frequenz $\omega_a = \omega_R = 3\, s^{-1}$.
a. Wie groß ist die Eigen(kreis-)frequenz ω_0 der ungedämpften Schwingung und wie groß ist die Abklingkonstante β?
b. Wie groß ist das Amplitudenmaximum bei der Resonanzbedingung?

Lösungen:

1a. Die Auftriebskraft ist: $F_A = \rho_{Flüssigkeit} \cdot V \cdot g$

Für das Verhältnis der Dichten ρ_1 und ρ_1 zweier Flüssigkeiten gilt:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{F_A^1}{F_A^2}$$

Die aus Gewichtskraft F_G (nach "unten“ gerichtet) und Auftrieb F_A (nach "oben“ gerichtet) resultierende Kraft erzeugt ein Drehmoment M_A an der Waage (mit Linksdrehung, wenn $F_A > F_G$), das im Gleichgewicht durch das Drehmoment der angehängten Zusatzmassen kompensiert wird M_m (Rechtsdrehung).

Die Waage ist im Gleichwicht ist, wenn die Differenz der Drehmomente gleich Null ist.

Es gilt: $M_A - M_m = 0$

Bezeichnet man die unterschiedlichen Flüssigkeiten mit dem Index *i*, so gilt für das Verhältnis von Dichten und Drehmomenten:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{M_A^1}{M_A^2} = \frac{M_m^1}{M_m^2}$$

Für das Drehmoment der Zusatzgewichte gilt:

$$M_m^i = \left(\sum_k x_k \, m_k \, g \right)_i$$

Für zwei Flüssigkeiten (1) und (2) gilt dann

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\left(\sum_k x_k \, m_k \, g \right)_1}{\left(\sum_k x_k \, m_k \, g \right)_2}$$

Bei Wasser hängt m_1 am zehnten Teilstrich x_{10}, bei der unbekannten Flüssigkeit zusätzlich $m_{0,1} = 0,1 \cdot m_1$ am achten und $m_{0,1} = 0,01 \cdot m_0$ am zweiten. Es folgt:

$$\frac{\rho_x}{\rho_{Wasser}} = \frac{m_1 \cdot 10 + m_{0,1} \cdot 8 + m_{0,01} \cdot 2}{m_1 \cdot 10}$$

$$\frac{\rho_x}{\rho_{Wasser}} = \frac{1 \cdot 10 + 0,1 \cdot 8 + 0,01 \cdot 2}{1 \cdot 10} = 1,082$$

$$\rho_x = 1,082 \cdot 0,9982 \, g \, cm^{-3} = 1,080 \, g \, cm^{-3}$$

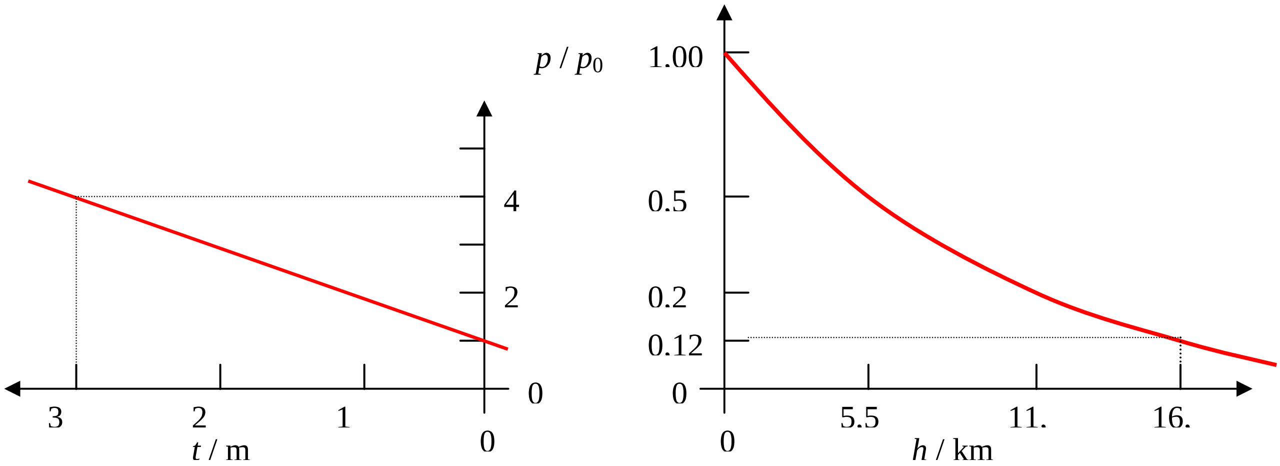
1b. Bei der Dichtebestimmung von Benzol hängt m_1 am achten Teilstrich, $m_{0,1}$ am siebten Teilstrich und $m_{0,01}$ am ersten Teilstrich, da gilt:

$$\frac{\rho_{Benzol}}{\rho_{Wasser}} = \frac{0,869}{0,9982} = 0,871$$

2a. Tiefendruck: $p(t) = \rho \, g \, t + p_0$

Atmosphärendruck $p(h) = p_0 \cdot e^{-\frac{\rho_0}{p_0} g \, h} = p_0 \cdot e^{-\frac{1,293}{101325} 9,81 \cdot \frac{h}{m}} = p_0 \cdot e^{-\frac{h}{7,988 km}}$

2b.



3. Trägheitsmoment einer Scheibe in Bezug auf den Schwerpunkt:

$$J_S = \frac{1}{2} m R^2$$

Wenn die Drehachse im Abstand *d* vom Schwerpunktes liegt, gilt:

$$J_{ges} = J_S + m d^2$$

Schwingungsdauer:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{m g d}{J_{ges}}} = \sqrt{\frac{m g d}{0{,}5 m R^2 + m d^2}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g d}{0{,}5 R^2 + d^2}} = \frac{2\pi}{T_0}$$

$$\frac{g d}{0{,}5 R^2 + d^2} = \omega_0^2$$

$$g d = \omega_0^2 \left(0{,}5 R^2 + d^2\right)$$

$$d^2 - \frac{g}{\omega_0^2} d = -0{,}5 R^2$$

$$\left(d - \frac{g}{2\omega_0^2}\right)^2 = -0{,}5 R^2 + \left(\frac{g}{2\omega_0^2}\right)^2$$

$$d_{1/2} = \pm\sqrt{\frac{g^2}{4\omega_0^4} - 0{,}5 R^2} + \frac{g}{2\omega_0^2}$$

$$d_{1/2} = \pm\sqrt{\frac{g^2 T_0^4}{64\pi^4} - 0{,}5 R^2} + \frac{g T_0^2}{8\pi^2}$$

Mit $g = 10\ m s^{-1}$ folgt:

$$d_{1/2} = \pm\sqrt{\frac{100}{64\pi^4} - 0{,}5 \cdot 0{,}1^2 m} + \frac{10}{8\pi^2} m$$

$$d_{1/2} = \pm\sqrt{\frac{100}{64\pi^4} - 0{,}5 \cdot 0{,}1^2 m} + 0{,}127 m$$

Lösung zur negativen Wurzel: $d_1 = 2{,}16\ cm$

Lösung zur positiven Wurzel: $d_2 = 23{,}17\ cm$

3a. Der gesuchte Drehpunkt innerhalb der Scheibe entspricht Lösung $d_1 = 2{,}16\ cm$

3b. Der gesuchte Drehpunkt außerhalb der Scheibe entspricht Lösung $d_2 = 23{,}17\ cm$

4a. Siehe Vorlesung

4b. Wenn: $$\beta = \frac{1}{\sqrt{2}}\omega_0$$

folgt: $$\omega_R = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} = 0$$

Die Resonanzfrequenz ist also bei $\omega_a = \omega_R = 0$, d. h. es gibt keine Amplitudenüberhöhung.

4c. siehe Vorlesung

5a. Eigen(kreis-)frequenz: $$\omega_0 = \sqrt{\frac{D^*}{J}} = \sqrt{\frac{D^*}{\frac{1}{2} m R_S^2}} = \sqrt{\frac{0,082}{0,5 \cdot 0,4 \cdot 0,16^2} s^{-2}} = 4,002\, s^{-1}$$

Abklingkonstante: $$ß = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\omega_0^2 - \omega_R^2\right)} = \sqrt{\frac{1}{2}\left(4,002^2 - 3,0^2\right)} = 1,873\, s^{-1}$$

5b. Maximalamplitude: $$\varphi_{\max}\left(\omega_a, \omega_0, \beta\right) = \frac{f_a}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega_a^2\right)^2 + \left(2\beta\omega_a\right)^2}}$$

$$\varphi_{\max}\left(\omega_a = \omega_R, \omega_0, \beta\right) = \frac{f_a}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega_R^2\right)^2 + \left(2\beta\omega_R\right)^2}}$$

mit: $$\omega_R^2 = \omega_0^2 - 2\beta^2$$

$$\varphi_{\max}\left(\omega_a = \omega_R, \omega_0, \beta\right) = \frac{f_a}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega_0^2 + 2\beta^2\right)^2 + 4\beta^2\omega_0^2 - 8\beta^4}}$$

$$\varphi_{\max}\left(\omega_a = \omega_R, \omega_0, \beta\right) = \frac{f_a}{\sqrt{4\beta^4 + 4\beta^2\omega_0^2 - 8\beta^4}} = \frac{f_a}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$

mit $\omega_e = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ kann man schreiben: $\varphi_{\max}\left(\omega_e, \beta\right) = \frac{f_a}{2\beta\,\omega_e}$

Winkelbeschleunigung: $$f_a = \frac{M_a}{J} = \frac{0,0829\, Nm}{0,5 \cdot 0,4 \cdot 0,16^2\, kg\, m^2} = 16,20\, s^{-2}$$

$$\omega_e = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{4,002^2 - 1,372^2}\; s^{-1} = 3,537\, s^{-1}$$

$$\varphi_{\max}\left(\omega_a = \omega_R, \omega_e, \beta\right) = \frac{f_a}{2\beta\,\omega_e}$$

$$\varphi_{\max}\left(\omega_a = \omega_R, \omega_e, \beta\right) = \frac{16,20\, s^{-2}}{2 \cdot 1,873 \cdot 3,537\, s^{-2}} = 1,22 = 70°$$