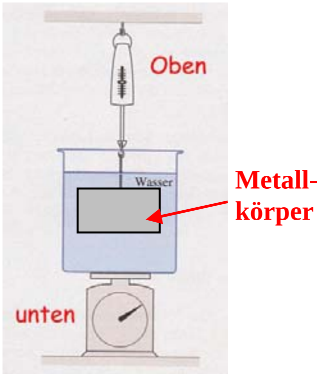
Fachhochschule Hannover vorgezogen Wiederholungsklausur 10.03.2006
Fachbereich Maschinenbau Zeit: 90 min
Fach: Physik II im WS0506 Hilfsmittel: Formelsammlung zur Vorlesung

1. Ein Becher der Masse $m_B = 0,5\,kg$ sei mit Wasser $m_W = 5\,kg$ gefüllt ($\rho_W = 1,00\,g\,cm^{-3}$) und stehe auf einer Waage (*unten*). Ein Metallkörper unbekannter Masse und Dichte sei an einer Federwaage (*oben*) aufgehängt und tauche vollständig in das Wasser ein. (Siehe Abbildung rechts) Die oberer Waage zeigt 1,56 kg, und unterer 5,94 kg.



a. Welche Dichte hat der Metallkörper? Um welches Element könnte es sich handeln?

b. Welche Masse hat der Metallkörper?

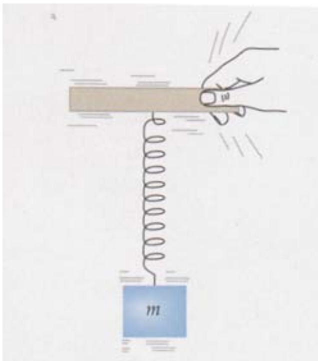
2. Das Element Eisen hat eine Dichte von $\rho_{Fe} = 7,897\,g\,cm^{-3}$ und die relative Atommasse $A_r = 55,854\,g\,mol^{-1}$. Mit Hilfe der Avogadro-Konstante $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}\,mol^{-1}$ kann aus diesen Angaben eine Abschätzung für den Radius eines Eisenatoms gewonnen werden. Wie groß ist ein Fe-Atom in etwa?

3. Welche Beziehungen gelten für den Druck in Wasser als Funktion Tiefe und für den Druck in der Atmosphäre als Funktion der Höhe?

a. Geben Sie den Druck in 100 m Wassertiefe und 16 500 m Höhe in der Atmosphäre an.

b. Skizzieren Sie den Druckverlauf im Wasser und in der Atmosphäre.

4. <u>Vorversuch:</u> Hängt man eine Masse von 500 g an eine Feder, so verlängert sie sich um 5 cm.



a. Wie groß ist die Eigenkreisfrequenz ω_0 und die Schwingungsdauer T_0 der ungedämpften Schwingung, wenn man bei dem Federpendel die oben beschriebene Feder zusammen mit einer Masse von 300 g verwendet? (Hinweis: Verwenden Sie $g = 9,81\,m\,s^{-2}$ und geben Sie das Ergebnis mit mindestens vier Stellen an)

b. Eine sehr genaue Messung der Schwingungsdauer ergibt den Wert von 0,3500 s. Wie groß ist die Abklingkonstante β?

c. Mit welcher Frequenz ω_R muss die Aufhängung periodisch bewegt werden, um das Resonanzmaximum zu erhalten?

d. Wie groß muss das Maximum der periodisch erregenden Kraft sein, die bei der Resonanzfrequenz ω_R eine Resonanzamplitude von 20 cm erzeugt??

e. Wie muss eine homogene Kugel der Masse 90 g und Radius von 2 cm aufgehängt werden, damit sie als Schwerependel die gleiche Schwingungsdauer T_0 wie das Federpendel hat?

5. Beschreiben Sie erzwungene Schwingungen für unterschiedliche Dämpfungen:

a. Skizzieren Sie Resonanzkurven für vier Abklingkonstanten β mit $0 \le \beta \le \left(1/\sqrt{2}\right)\omega_0$

b. Was passiert, wenn die Abklingkonstante $\beta = \left(1/\sqrt{2}\right)\omega_0$ ist? Begründung!

c. Skizzieren Sie den Winkel δ der Phasenverschiebung als Funktion von ω_a/ω_0.

Lösungen:

1. Gewichtskraft Al-Block: $F_g = m_x\, g$

Auftriebskraft Al-Block: $F_A = \rho_W\, V\, g = \frac{\rho_W}{\rho_{Al}} m_x\, g$

Kraft auf die Waage oben: $F_o = F_g - F_A = \left(1 - \frac{\rho_W}{\rho_x}\right) m_x \cdot g$

Anzeige der Waage oben: $\frac{F_o}{g} = F_g - F_A = \left(1 - \frac{\rho_W}{\rho_x}\right) m_x = 1{,}56\, kg$ (1)

Kraft auf die Waage unten: $F_u = \left(m_B + m_W\right) \cdot g + F_A$

$$F_u = \left(m_B + m_W\right) \cdot g + \frac{\rho_W}{\rho_x} m_x\, g$$

Anzeige der Waage unten: $\frac{F_u}{g} = \left(m_B + m_W\right) + \frac{\rho_W}{\rho_x} m_x = 5{,}94\, kg$ (2)

Aus (1) folgt: $m_x = \frac{\rho_x}{\rho_x - \rho_W} \frac{F_o}{g}$

Einsetzen in (2) $\frac{F_u}{g} = \left(m_B + m_W\right) + \frac{\rho_W}{\rho_x} \frac{\rho_x}{\rho_x - \rho_W} \cdot \frac{F_o}{g}$

$$\frac{F_u}{g} = \left(m_B + m_W\right) + \frac{\rho_W}{\rho_x - \rho_W} \cdot \frac{F_o}{g}$$

$$\rho_x = \frac{\rho_W}{\frac{F_u}{g} - m_B - m_W} \frac{F_o}{g} + \rho_W$$

$$\rho_x = \frac{1{,}0\, g\, cm^{-3}}{5{,}94\, kg - 0{,}5\, kg - 5{,}0\, kg} 1{,}56\, kg + 1{,}0\, g\, cm^{-3}$$

Lösung: $\rho_x = 4{,}54\, g\, cm^{-3}$. Es handelt sich um Titan

b. Masse: $m_x = \frac{\rho_x}{\rho_x - \rho_W} \frac{F_o}{g}$

$$m_x = \frac{4{,}54}{4{,}54 - 1{,}00} 1{,}56\, kg = 2{,}00 kg$$

2. Das Volumen von $1\, cm^3$ enthält $7{,}897\, g$. Teilt man diesen Wert durch die relative Atommasse, so erhält die Anzahl der Mole im Volumen von $1\, cm^3$.

Molzahl pro Volumen: $\frac{n}{V} = \frac{\rho}{A_r} = \frac{7{,}897\, g\, mol}{55{,}854\, g\, cm^3} = 0{,}141 \frac{mol}{cm^3}$

Atomzahl pro Volumen: $\frac{N}{V} = \frac{n}{V} \cdot N_A = 0{,}141 \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23}\, cm^{-3} = 8{,}51 \cdot 10^{22}\, cm^{-3}$

Volumen pro Atom: $V_{Atom} = \frac{V}{N} = \frac{1}{8{,}51 \cdot 10^{22}} cm^3 = 1{,}17 \cdot 10^{-23}\, cm^3$

<u>Näherung Würfel</u>: $V_{Atom} = \left(2 \cdot R\right)^3$

$$R \approx \frac{1}{2} \cdot \sqrt[3]{V_{Atom}} = \frac{1}{2} \cdot 2{,}27 \cdot 10^{-8}\, cm = 0{,}113\, nm$$

<u>Näherung Kugel</u>: $V_{Atom} = \frac{4}{3}\pi R^3$

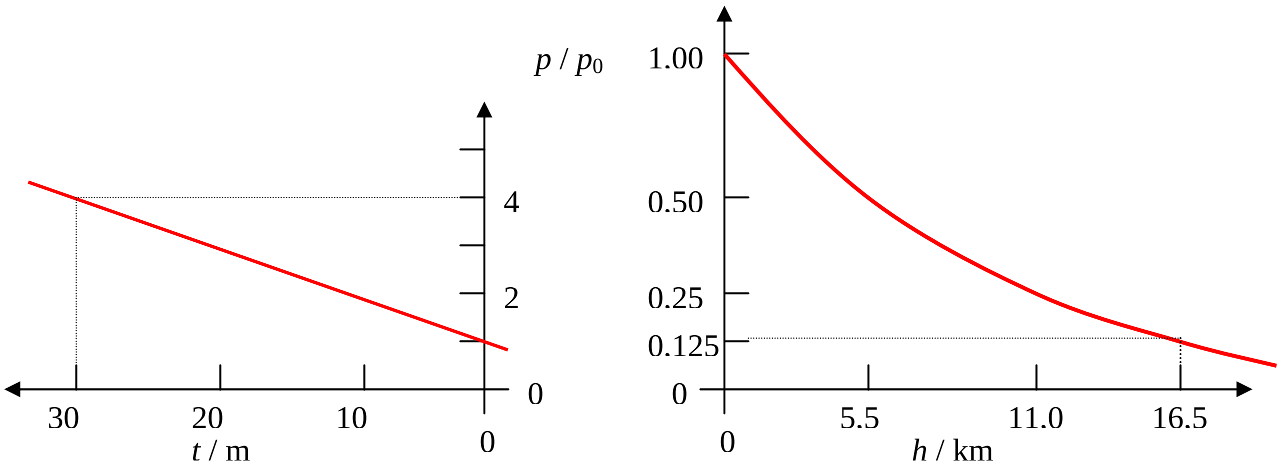
$$R = \sqrt[3]{\frac{3V_{Atom}}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 1{,}17 \cdot 10^{-23}\ cm^3}{4 \cdot \pi}} = 0{,}140\ nm$$

Tabellenwert zum Vergleich: $R_{Fe} = 0{,}126\ nm$

3a. Tiefendruck: $p(t) = \rho\, g\, t + p_0$

Atmosphärendruck $p(h) = p_0 \cdot e^{-\frac{\rho_0}{p_0} g\, h} = p_0 \cdot e^{-\frac{1{,}293}{101325} 9{,}81 \cdot \frac{h}{m}} = p_0 \cdot e^{-\frac{h}{7{,}988\, km}}$

3b.



4a. Federkonstante:

$$D = \frac{\Delta F}{\Delta s} = \frac{0{,}5\, kg \cdot 9{,}81\, m}{0{,}05\, m\, s^2} = 98{,}1\ N\ m^{-1}$$

Eigen(kreis)frequenz der ungedämpften Schwingung:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}} = \sqrt{\frac{98{,}1\, kg\, m}{0{,}3\, s^2\ kg\ m}} = 18{,}0831\ s^{-1}$$

Schwingungsdauer der ungedämpften Schwingung:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 0{,}347461\, s$$

4b. Gemessene Schwingungsdauer: $T_e = 0{,}3500\, s$

Eigenfrequenz der gedämpften Schwingung: $\omega_e = \frac{2\pi}{T_e} = 17{,}9520\, s^{-1}$

Abklingkonstante: $\beta = \sqrt{\omega_0^2 - \omega_e^2}$

$$\beta = \sqrt{18{,}0831^2 - 17{,}9520^2}\ s^{-1} = 2{,}1735\ s^{-1}$$

4c. Resonanzfrequenz: $\omega_R = \sqrt{\omega_0^2 - 2\,\beta^2} = \sqrt{18{,}0831^2 - 2 \cdot 2{,}1735^2}\ s^{-1}$

$$\omega_R = 17{,}8199\, s^{-1}$$

Schwingungsdauer der Erregung: $T_R = \dfrac{2\pi}{\omega_R} = 0{,}3526\, s$

4d. Resonanzamplitude: $x_R^{\max} = x_R\left(\omega_a = \omega_R, \omega_0, \beta\right)$

$$x_R^{\max} = \frac{f_a}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega_R^2\right)^2 + \left(2\beta\omega_R\right)^2}}$$

$$x_R^{\max} = \frac{F_{err}^{\max} / m}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega_R^2\right)^2 + \left(2\beta\omega_R\right)^2}}$$

Maximale Kraft des Erregers $F_{err}^{\max} = m \cdot x_R^{\max} \sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega_R^2\right)^2 + \left(2\beta\omega_R\right)^2}$

$$F_{err}^{\max} = 0{,}30\, kg \cdot 0{,}20\, m \sqrt{\left(18{,}0831^2 - 17{,}8199^2\right)^2 + \left(2 \cdot 2{,}1735 \cdot 17{,}8199\right)^2}\; s^{-2}$$

$$F_{err}^{\max} = 0{,}30\, kg \cdot 0{,}20\, m \sqrt{\left(326{,}9985 - 317{,}5488\right)^2 + \left(77{,}4631\right)^2}\; s^{-2}$$

$$F_{err}^{\max} = 0{,}30\, kg \cdot 0{,}20\, m \sqrt{\left(9{,}4497\right)^2 + \left(77{,}4631\right)^2}\; s^{-2}$$

$$F_{err}^{\max} = 0{,}30\, kg \cdot 0{,}20\, m \cdot 78{,}0374\, s^{-2} = 4{,}6822\, N$$

$$F_{Err}^{\max} = 4.68\, N$$

4e. Gesucht ist ein Schwerependel bestehend aus einer Kugel und einem (masselosen) Faden (entspricht einem physikalischen Pendel) mit der Eigenkreisfrequenz $\omega_0 = 18{,}0831\, s^{-1}$.

Physikalisches Pendel: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{m_K\, g\, d}{J_{ges}}}$

Trägheitsmoment der Kugel mit Radius *R*, die an einem Faden der Länge *L* hängt (*L* ist der Abstand zwischen Drehpunkt und Kugelmittelpunkt).

$$J_{ges} = m_K \left(\frac{2}{5} R^2 + L^2\right)$$

Der Abstand d ist der Abstand zwischen Drehpunkt und Schwerpunkt.
Also gilt: $d = L$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g\, L}{0{,}4R^2 + L^2}}$$

$$0{,}4R^2 + L^2 = \frac{g\, L}{\omega_0^2}$$

$$L^2 - 2\frac{g}{2\omega_0^2} L + \left(\frac{g}{2\omega_0^2}\right)^2 = \left(\frac{g}{2\omega_0^2}\right)^2 - 0{,}4R^2$$

$$\left(L - \frac{g}{2\omega_0^2}\right)^2 = \left(\frac{g}{2\omega_0^2}\right)^2 - 0{,}4R^2$$

$$L = \frac{g}{2\omega_0^2} \pm \sqrt{\frac{g^2}{4\omega_0^4} - 0,4R^2}$$

Es ist: $$\frac{g^2}{2\omega_0^4} = \frac{9,81^2}{4 \cdot 18,0831^4} m^2 = 0,000225 m^2$$

und $$0,4 \cdot R^2 = 0,00016 m^2$$

$$\frac{g}{2\omega_0^2} = \frac{9,81}{2 \cdot 18,0831^2} m = 0,015 m$$

Lösung 1: $$L_1 = \left(0,015 + \sqrt{0,000225 - 0,00016}\right) m$$

$$L_1 = 0,023 m = 2,3\ cm$$

Lösung 2: $$L_2 = \left(0,015 - \sqrt{0,000225 - 0,00016}\right) m$$

$$L_2 = 0,007 m = 0,7\ cm$$

Lösung 2 entfällt, da $L_2 < R$

5a. Siehe Vorlesung

5b. Wenn: $$\beta = \frac{1}{\sqrt{2}} \omega_0$$

folgt: $$\omega_R = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} = 0$$

Die Resonanzfrequenz ist also bei $\omega_a = \omega_R = 0$, d. h. es gibt keine Amplitudenüberhöhung.

5c. siehe Vorlesung