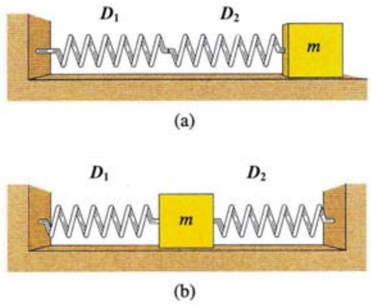
1. Eis hat die Dichte $\rho_E = 0{,}917\, g\, cm^{-3}$, Meerwasser die Dichte $\rho_E = 1{,}025\, g\, cm^{-3}$. Welcher Bruchteil eines Eisbergs befindet sich unter Wasser? (5)

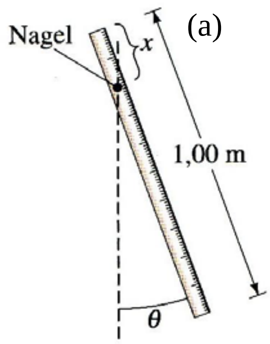
2. Schätzen Sie den Luftdruck auf dem Gipfel des Mt. Everest in 8850 m über dem Meeresspiegel. (5)

3. Eine Masse wird in unterschiedlichen Anordnungen (a) und (b) mit zwei Federn verbunden, die die Federkonstanten D_1 und D_2 besitzen.



a. Eine Messung ergibt für das Verhältnis der Schwingungsdauern $T_{0,a}/T_{0,b} = 5/2$. Welches Verhältnis haben die Federkonstanten D_1/D_2 ? (10)

4. Ein Metermassstab (näherungsweise: "dünner Stab" der Länge $L = 1\,m$) soll so mit einem Loch versehen werden und so aufgehängt werden, dass die Schwingungsdauer den kleinstmöglichen Wert erreicht.



a. In welchem Abstand *x* vom Endes des Stabes muss ein Loch gebohrt werden? (10)

b. Welchen Wert hat die kleinstmögliche Schwingungsdauer? (10)

c. Welche Schwingungsdauer hat ein mathematisches Pendel dessen Länge gleich dem Abstand Drehpunkt - Schwerpunkt des Stabpendels ist? (5)

5. Die Federung eines "Pickup"-LKW soll so ausgelegt sein, dass sich das Fahrzeug bei voller Zuladung von 1440 kg um 120 mm senkt. Dabei soll vereinfachend angenommen werden, dass alle vier Räder bei Beladung gleich belastet werden und gleiche Federungs- und Dämpfungseigenschaften besitzen. Die Masse eines Rades beträgt $m_R = 75\,kg$. Die Stoßdämpfer sind so dimensioniert, dass die Räder im aperiodischen Grenzfall schwingen.

a. Bestimmen Sie die Federkonstante und die Abklingkonstante. (10)

b. Beim Überfahren eines Hindernisses schwingt eines der Räder 110 mm aus. Wie groß ist der Kraftstoß, der auf das Rad wirkt? (10)

c. Mit welcher Amplitude würde das Rad beim gleichen Kraftstoß ausschwingen, wenn die Abklingkonstante nur 60% des Wertes für den aperiodischen Grenzfall hätte? (10)

d. Auf einer Straße sollen Bodenwellen in regelmäßigen festen Abständen von $l = 1{,}5\,m$ vorhanden sein. Nehmen Sie an, dass die Räder den Bodenwellen folgen und die Restmasse des Fahrzeugs ein Federpendel mit der Masse $m_S = m_{ges} - 4 \cdot m_R$ und der aus den vier Radfedern gebildeten Gesamtfederkonstante darstellen. Bei welcher Geschwindigkeit v_R sind die vertikalen Schwingungen des unbeladenen LKW ($m_{ges} = 2500\,kg$) am größten? (10)

e. Berechnen Sie die Resonanzüberhöhung. (10)

f. **Zusatzfrage:** Was passiert, wenn man die Geschwindigkeit erhöht, und zum Beispiel mit $4 \cdot v_R$ über die Bodenwellen fährt? (Zusatzpunkte: 10)

Dichte der Luft bei Standardbedingungen $\rho_0^{Luft} = 1{,}293\,kg\,m^{-3}$, Standardluftdruck $p_0 = 1013\,hPa$, Erdbeschleunigung $g = 9{,}81\,m\,s^{-2}$

Lösungen:

1. Es wirken:

Die Gewichtskraft: $F_g = m \cdot g = \rho_E \cdot V_E \cdot g$

Die Auftriebskraft: $F_A = \rho_W \cdot V_W \cdot g$

Auftriebskraft = Gewichtskraft: $F_A = \rho_W \cdot V_W \cdot g = \rho_E \cdot V_E \cdot g = F_g$

Bruchteil des Eisbergs unter Wasser: $\frac{V_W}{V_E} = \frac{\rho_E}{\rho_W} = \frac{0{,}917}{1{,}025} = 89{,}5\%$

2. Barometrische Höhenformel: $p(h) = p_0 \cdot e^{-\frac{\rho_0^{Luft} \cdot g}{p_0} \cdot h}$

Es ist: $\frac{\rho_0^{Luft} \cdot g}{p_0} = \frac{1{,}293\, kg\, m^{-3} \cdot 9{,}81\, m\, s^{-2}}{1013 \cdot 10^2\, Pa} = \frac{1}{7986\, m}$

Druck auf dem Mt. Everest: $p(h) = 1013\, h\,Pa \cdot e^{-\frac{8850 m}{7986 m}} = 334\, h\,Pa$

3a. **Anordnung (a):**

Wenn zwei Federn entsprechend Abb. (a) in Reihe angeordnet werden, ist die Kraft an beiden Federn gleich: $F_1 = F_2 = F$

Der Federweg für beide Federn in Reihe x_{ges} ist die Summe der Federwege der Einzelfedern:

$$x_{ges} = x_1 + x_2$$

Es gilt: $F_1 = D_1 \cdot x_1$ und $F_2 = D_2 \cdot x_2$

und es folgt: $F = D_1 \cdot x_1$ und $F = D_2 \cdot x_2$

Einsetzen: $x_{ges} = \frac{F}{D_1} + \frac{F}{D_2}$

$$F = \left(\frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2}\right)^{-1} \cdot x_{ges}$$

mit: $D_{ges,a} = \left(\frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2}\right)^{-1} = \frac{D_1 \cdot D_2}{D_1 + D_2}$

Für die Eigenkreisfrequenz des Federpendels der Abb. (a) gilt:

$$\omega_{0,a} = \sqrt{\frac{D_{ges,a}}{m}} = \frac{2\pi}{T_{0,a}}$$

$$T_{0,a}^2 = 4\pi^2 \frac{m \cdot (D_1 + D_2)}{D_1 \cdot D_2} \qquad (*)$$

Anordnung (b):

Herleitung der Schwingungsdauer: Auf die Masse *m* wirkt die Summe der Zugkraft der Feder (1) und der Druckkraft der Feder (2) (oder umgekehrt). Die Zugkraft der einen Feder wirkt immer in gleiche Richtung wie die Druckkraft der anderen.

D'Alembertsches Prinzip: $(-D_1\, x - D_2\, x) - m\, \ddot{x} = 0$

$$(-D_1 - D_2)\, x - m\, \ddot{x} = 0$$

$$\ddot{x} + \frac{D_1 + D_2}{m} x = 0$$

Es folgt: $\omega_{0,b} = \sqrt{\frac{D_1 + D_2}{m}} = \frac{2\pi}{T_{0,b}}$

$$T_{0,b}^2 = 4\pi^2 \frac{m}{D_1 + D_2} \qquad (**)$$

Für das Verhältnis der Schwingungsdauer soll gelten:

$$\left(\frac{T_{0,a}}{T_{0,b}}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$$

Aus (*) und (**) folgt: $\frac{T_{0,a}^2}{T_{0,b}^2} = \frac{25}{4} = \frac{(D_1 + D_2)^2}{D_1 \cdot D_2}$

Zur Vereinfachung setze: $\chi = \frac{D_1}{D_2}$ und $D_2 = D$ und $D_1 = \chi \cdot D$

$$\frac{T_{0,a}^2}{T_{0,b}^2} = \frac{25}{4} = \frac{(\chi \cdot D + D)^2}{\chi \cdot D^2} = \frac{((\chi + 1) \cdot D)^2}{\chi \cdot D^2} = \frac{(\chi + 1)^2}{\chi}$$

$$\frac{25}{4}\chi = \chi^2 + 2\chi + 1$$

$$\chi^2 - \frac{17}{4}\chi + 1 = 0$$

$$\chi^2 - \frac{2 \cdot 17}{8}\chi + \left(\frac{17}{8}\right)^2 = -1 + \left(\frac{17}{8}\right)^2 = \frac{289 - 64}{64} = \frac{225}{64}$$

$$\left(\chi - \frac{17}{8}\right) = \pm\frac{15}{8}$$

$$\chi_{1/2} = \pm\frac{15}{8} + \frac{17}{8}$$

Lösungen: $\chi_1 = 4$ und $\chi_2 = \frac{1}{4}$

Die zweite Lösung ist der Kehrwert der ersten, weil die Federn vertauschbar sein müssen, ohne dass sich das Verhältnis der Schwingungsdauern ändert.

4a. Schwingungsdauer des Stabes (Gesamtlänge: $L = 1m$):

Eigenkreisfrequenz: $\omega_{0,St} = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot \left(\frac{L}{2} - x\right)}{J_{St}}}$

mit Massenträgheitsmoment: $J_{St} = \frac{1}{12} M\, L^2 + M\left(\frac{L}{2} - x\right)^2$

$$\omega_{0,St} = \sqrt{\frac{g \cdot \left(\frac{L}{2} - x\right)}{\frac{1}{12} L^2 + \left(\frac{L}{2} - x\right)^2}}$$

Zur Vereinfachung kann man $d = \frac{L}{2} - x$ verwenden.

Eigenkreisfrequenz: $\omega_{0,St}(d) = \sqrt{\frac{g \cdot d}{\frac{1}{12} L^2 + d^2}}$

Schwingungsdauer des Stabs: $T_{0,St}(d) = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\frac{1}{12} L^2 + d^2}{g \cdot d}} = 2\pi \cdot \left(\frac{1}{g}\left(\frac{L^2}{12} \cdot \frac{1}{d} + d\right)\right)^{\frac{1}{2}}$

Man erkennt, dass der Ausdruck in der inneren Klammer die Summe einer Hyperbel und einer linearen Funktion darstellt.

Bestimmung des Minimums als Nullstelle der ersten Ableitung:

$$\frac{\partial}{\partial d}\left(T_{0,St}(d)\right) = 0 = \frac{\partial}{\partial d}\left(2\pi\cdot\left(\frac{1}{g}\left(\frac{L^2}{12}\cdot d^{-1}+d\right)\right)^{\frac{1}{2}}\right)$$

$$\frac{\partial}{\partial d}\left(T_{0,St}(d)\right) = 2\pi\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{g}\left(\frac{L^2}{12}\cdot d^{-1}+d\right)\right)^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{g}\left(\frac{L^2}{12}\cdot(-1)\,d^{-2}+1\right)\right)$$

Die Nullstelle ist gegeben durch: $\frac{L^2}{12}\cdot(-1)\,d^{-2}+1=0$

$$\frac{L^2}{12}\cdot d^{-2}=1$$

Lösung: $d=\frac{L}{\sqrt{12}}=\frac{1m}{\sqrt{12}}=0,2887\,m$

$$x=\frac{L}{2}-d=0,2113\,m$$

4b.

$$T_{0,St}(d)=2\pi\cdot\sqrt{\frac{\frac{1}{12}L^2+d^2}{g\cdot d}}=2\pi\cdot\sqrt{\frac{\frac{1}{12}L^2+\frac{L^2}{12}}{\frac{g\cdot L}{\sqrt{12}}}}$$

$$T_{0,St}(d)=2\pi\cdot\sqrt{\frac{\frac{1}{6}L^2}{\frac{g\cdot L}{\sqrt{12}}}}=2\pi\cdot\sqrt{\frac{\frac{\sqrt{12}}{6}L}{g}}=1,524\,s$$

4c. Mathematisches Pendel mit Pendellänge $l=0,2887\,m$:

$$T_{0,mP}=2\pi\cdot\sqrt{\frac{l}{g}}=2\pi\cdot\sqrt{\frac{0,2887\,m}{9,81\,m\,s^{-2}}}=1,08\,s$$

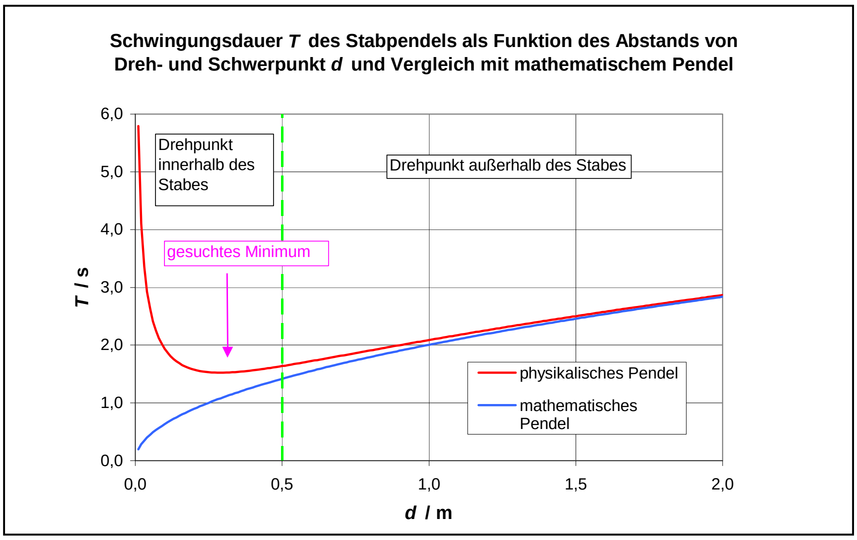


Abb. 1 Schwingungsdauer des Stabpendels (Länge L = 1 m) als Funktion des Abstands von Dreh- und Schwerpunkt d. Die rote Kurve entspricht der korrekten Lösung für ein physikalisches Pendel, die blaue Kurve der Näherung für ein mathematisches Pendel der Länge $l = d$. Wenn $d < L/2$ ist, sind die Abweichungen erheblich. Für $d >> L/2$ sind die Lösungen für das physikalische und das mathematische Pendel ähnlich.

5a. Gewichtskraft der Zuladung: $F_g = m\,g = 1440\,kg \cdot g = 14000\,N$

Kraft pro Rad: $F_R = 14400\,N / 4 = 3600\,N$

Federkonstante eines Rades: $D = \frac{F_R}{s} = \frac{3600\,N}{0{,}120\,m} = 30\,kN\ m^{-1}$

Eigenkreisfrequenz des Rades $\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}} = \sqrt{\frac{30\,kN/m}{75\,kg}} = \sqrt{400}\ s^{-1} = 20\ s^{-1}$

Im aperiodischen Grenzfall gilt: $\beta = \omega_0 = 20\ s^{-1}$

5b. Das Ausschwingen eines Rades entspricht einer gedämpften Schwingung mit den Anfangsbedingungen $x(t=0)=0$ und $\dot{x}(t=0)=\dot{x}_0 = v_0$. Die Lösung wurde in der Vorlesung hergeleitet (siehe Formelsammlung):

Lösung für aperiodischen Grenzfall: $x(t) = \dot{x}_0 \cdot t \cdot e^{-\beta t} = v_0 \cdot t \cdot e^{-\beta t}$

und Ableitung: $\dot{x}(t) = \dot{x}_0 \cdot e^{-\beta t} \cdot (1-\beta t) = v_0 \cdot e^{-\beta t} \cdot (1-\beta t)$

Beim Erreichen des größten Ausschlags (bei $t = T_{\max}$) ist die Geschwindigkeit gleich Null. Es gilt also: $\dot{x}(t=T_{\max}) = 0 = \dot{x}_0 \cdot e^{-\beta T_{\max}} \cdot (1-\beta \cdot T_{\max})$

Lösung: $T_{\max} = \frac{1}{\beta} = \frac{1}{20\,s^{-1}} = 0{,}05\,s$

Amplitude: $x(t=T_{\max}) = v_0 \cdot T_{\max} \cdot e^{-\beta T_{\max}}$

Anfangsgeschwindigkeit: $v_0 = \frac{x(t=T_{\max})}{T_{\max}} \cdot e^{+\beta T_{\max}}$

$$v_0 = \frac{0{,}110\,m}{0{,}05\,s} \cdot e^{+20\,s^{-1} \cdot 0{,}05\,s} = \frac{0{,}110\,m}{0{,}05\,s} \cdot e = 5{,}98\,m\,s^{-1}$$

$$v_0 = 5{,}98\,m\,s^{-1} \sim 6\,m\,s^{-1}$$

Nimmt man an, dass das Rad vorher auf glatter Fahrbahn gerollt ist, so entspricht $v_0 = 3\,m\,s^{-1}$ der Änderung der Vertikalgeschwindigkeit Δv, die durch das Hindernis erzeugt wird.

$$\Delta v = v_0 = 6\,m\,s^{-1}$$

Impulsänderung des Rades: $\Delta p = m \cdot \Delta v = 75 kg \cdot 3 \frac{m}{s} = 450 N\,s$

Kraftstoß = Impulsänderung: $\bar{F} \cdot \Delta t = \int F dt = \Delta p = 450\,N\,s$

5c. Die Abklingkonstante soll jetzt kleiner sein, als in den Aufgabenteilen a. und b.

$$\beta = 0{,}6 \cdot \omega_0 = 12\,s^{-1}$$

Wenn $\beta < \omega_0$ ist, müssen Schwingfalllösungen verwendet werden. Die Lösungen für $x(t)$ und $\dot{x}(t)$ für die Anfangsbedingungen $x(t=0)=0$ und $\dot{x}(t=0)=v_0$ wurden in der Vorlesung hergeleitet (siehe Formelsammlung).

Amplitudenfunktion: $x(t) = \frac{\dot{x}_0}{\omega_e} \cdot e^{-\beta t} \cdot \sin(\omega_e t)$

Geschwindigkeitsfunktion: $\dot{x}(t) = \dot{x}_0 \cdot e^{-\beta t} \cdot \left(\cos(\omega_e t) - \frac{\beta}{\omega_e} \sin(\omega_e t) \right)$

Zunächst muss auch in diesem Fall die Nullstelle der Geschwindigkeitsfunktion bestimmt werden, da diese den Zeitpunkt der maximalen Auslenkung bestimmt.
Nullstelle der Geschwindigkeitsfunktion bei $T_{\max}$:

$$\dot{x}(T_{\max}) = 0 = \dot{x}_0 \cdot e^{-\beta T_{\max}} \cdot \left(\cos(\omega_e T_{\max}) - \frac{\beta}{\omega_e} \sin(\omega_e T_{\max}) \right)$$

Es folgt: $\cos\left(\omega_e T_{\max}\right) = \frac{\beta}{\omega_e}\sin\left(\omega_e T_{\max}\right)$

$$\tan\left(\omega_e T_{\max}\right) = \frac{\omega_e}{\beta} = \frac{\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}}{\beta} = \frac{\omega_0\sqrt{1-0,6^2}}{0,6\,\omega_0}$$

$$\tan\left(\omega_e T_{\max}\right) = \frac{\sqrt{1-0,36}}{0,6} = 1,333$$

$$T_{\max} = \frac{\arctan(1,333)}{\omega_e} = \frac{\arctan(1,333)}{\omega_0\sqrt{1-0,36}}$$

$$T_{\max} = \frac{\arctan(1,333)}{20\,s^{-1}\cdot 0,8} = \frac{0,9272}{16} = 0,05795\,s$$

Die Amplitude bei $T_{\max} = 0,05795\,s$ beträgt:

$$x(T_{\max}) = \frac{\dot{x}_0}{\omega_e}\cdot e^{-\beta T_{\max}}\cdot\sin\left(\omega_e T_{\max}\right)$$

$$x(T_{\max}) = \frac{\dot{x}_0}{\omega_0\sqrt{1-0,6^2}}\cdot e^{-\beta T_{\max}}\cdot\sin\left(\omega_0\sqrt{1-0,6^2}\cdot T_{\max}\right)$$

$$x(T_{\max}) = \frac{6\,m\,s^{-1}}{20\,s^{-1}\cdot 0,8}\cdot e^{-\beta T_{\max}}\cdot\sin\left(20\,s^{-1}\cdot 0,8\cdot 0,05795\right)$$

$$x(T_{\max}) = \frac{6\,m}{16}\cdot e^{-12\cdot 0,05795}\cdot\sin\left(0,9272\right)$$

$$x(T_{\max}) \approx 0,375\cdot 0,5\cdot 0,8\,m = 0,15\,m$$

$$x(T_{\max}) = 0,375\,m\cdot 0,4989\cdot 0,7999 = 0,1496\,m$$

Das Rad würde bei der kleineren Abklingkonstante 150 mm ausschwingen.

5d. Das Fahrzeug ist ein schwingendes System, das bei der einer Fahrt über periodische Bodenwellen zu Schwingungen angeregt werden kann. Man betrachte dazu zunächst das Feder-Masse-System gebildet aus Fahrzeug und den vier Fahrwerken:
Da die vier Radfedern parallel wirken, werden die Federkonstanten addiert:

$$D_{ges} = 4\cdot D = 4\cdot 30\,kN\,m^{-1} = 120\,kN\,m^{-1}$$

Die schwingende Masse ist die gesamte Fahrzeugmasse minus der Masse der vier Räder, da diese nicht an der Schwingung teilnehmen.

Schwingende Masse: $m_S = m_{ges} - 4\cdot m_R = \left(2500 - 4\cdot 75\right)kg = 2200\,kg$

Eigenkreisfrequenz: $\omega_{0,LKW} = \sqrt{\frac{D_{ges}}{m_{ges}}} = \sqrt{\frac{120\,kN/m}{2200\,kg}} = 7,385\,s^{-1}$

$$T_{0,LKW} = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\cdot\sqrt{\frac{m}{D}} = 0,850\,s$$

Nach Aufgabenstellung entspricht die Abklingkonstante für Schwingungen des Rades relativ zum Fahrzeug der Eigenfrequenz des Einzelrades.

Es gilt: $\beta_{Rad} = 20\,s^{-1}$ (vergl. Aufgabenteil **a.)**

Die Dämpfung wird durch Reibungskräfte F_R in den Stoßdämpfern erzeugt.

$$F_R = -b_1\cdot v$$

Da für die Abklingkonstante gilt: $\beta_{Rad} = \frac{b_1}{2\,m_R}$

folgt: $b_1 = \beta\cdot 2\,m_R = 20\,s^{-1}\cdot 2\cdot 75\,kg = 3000\,\frac{kg}{s}$

Auf Schwingungen des Gesamtfahrzeugs wirken insgesamt vier Dämpfungselemente: Die Reibungskräfte addieren sich: $F_{R,ges} = 4 \cdot F_R = -4 \cdot b_1 \cdot v = -b_{ges} \cdot v$

Es folgt: $b_{ges} = 12\,000 \dfrac{kg}{s}$

Die Abklingkonstante für die Schwingung des gesamten Fahrzeugs ist deshalb:

$$\beta_{LKW} = \frac{b_{ges}}{2 \cdot m_S} = \frac{12\,000}{2 \cdot 2200} s^{-1} = 2,727\, s^{-1}$$

Die Resonanzfrequenz für die Fahrzeugschwingung ist:

$$\omega_{R,LKW} = \sqrt{\omega_{0,LKW}^2 - 2 \cdot \beta_{LKW}^2}$$

$$\omega_{R,LKW} = \sqrt{7,385^2 - 2 \cdot 2,727^2}\, s^{-1} = 6,298\, s^{-1}$$

Die Schwingungsdauer: $T_{R,LKW} = \dfrac{2\pi}{\omega_R} = 0,998\, s \cong 1\, s$

Die Fahrt über die periodischen Bodenwellen erzeugt eine äußere periodische Erregung der Fahrzeugschwingung, deren Frequenz geschwindigkeitsabhängig ist. Bei einem Bodenwellenabstand von $l = 1,5\, m$ ist die Geschwindigkeit $v_{R,LKW}$, bei der diese Frequenz gleich der Resonanzfrequenz ist, gegeben durch:

$$v_{R,LKW} = \frac{l}{T_{R,LKW}} = \frac{l \cdot \omega_{R,LKW}}{2\pi} = \frac{1,5 m}{0,998\, s} = 1,503 \frac{m}{s} \cong 5,4 \frac{km}{h}$$

5e. Resonanzüberhöhung: $\dfrac{x_0^{\max}}{x_{00}} = \dfrac{x_0(\omega_a = \omega_R, \omega_0, \beta)}{x_0(\omega_a = 0, \omega_0, \beta)} = \dfrac{0,5}{\sqrt{\left(\dfrac{\beta}{\omega_0^2}\right)^2 - \left(\dfrac{\beta}{\omega_0^2}\right)^4}}$

Es ist: $\dfrac{\beta_{LKW}}{\omega_{0,LKW}^2} = \dfrac{2,727\, s^{-1}}{7,385\, s^{-1}} = 0,3693$

Resonanzüberhöhung: $\dfrac{x_0^{\max}}{x_{00}} = \dfrac{x_0(\omega_a = \omega_R, \omega_0, \beta)}{x_0(\omega_a = 0, \omega_0, \beta)} = 1,46 \cong 1,5$

Fazit: Das Fahrzeug schwingt im Resonanzfall bei $v_{R,LKW} = 5,4\, km\, h^{-1}$ mit einer Amplitude, die 50% größer ist, als die Amplitude der Bodenwellen.

5f. Bei vierfacher Geschwindigkeit $v_{R,4} = 4 \cdot v_{R,LKW} = 21,6\, km\, h^{-1} = 6\, m\, s^{-1}$ beträgt die äußere

Erregungsfrequenz: $\omega_{a,4} = \dfrac{2\pi \cdot v_{R,4}}{l} = \dfrac{2\pi \cdot 6\, m\, s^{-1}}{1,5\, m} = 25,1\, s^{-1}$

Resonanzüberhöhung: $\dfrac{x_0(\omega_{a,4})}{x_{00}} = \dfrac{x_0(\omega_a = \omega_{a,4}, \omega_0, \beta)}{x_0(\omega_a = 0, \omega_0, \beta)}$

mit: $x_0(\omega_a = \omega_{a,4}, \omega_0, \beta) = \dfrac{f_a}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega_{a,4}^2\right)^2 + \left(2\beta\omega_{a,4}\right)^2}}$

und: $x_0(\omega_a = 0, \omega_0, \beta) = \dfrac{f_a}{\omega_0^2}$

$$\frac{x_0(\omega_{a,4})}{x_{00}} = \frac{x_0(\omega_a = \omega_{a,4}, \omega_0, \beta)}{x_0(\omega_a = 0, \omega_0, \beta)} = \frac{\omega_0^2}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega_{a,4}^2\right)^2 + \left(2\beta\omega_{a,4}\right)^2}}$$

$$\frac{x_0\left(\omega_{a,4}\right)}{x_{00}}=\frac{7,385^2}{\sqrt{\left(7,385^2-25,1^2\right)^2+\left(2\cdot 2,727\cdot 25,1\right)^2}}=0,09$$

Die Amplitude Fahrzeugschwingung ist also vom 1,5 fachen der Amplitude der Bodenwellen auf das 0,09 fache zurückgegangen.

Hinweis für Off-Road-Fahrer: Periodische Bodenwellen erzeugen häufig bei kleinen Geschwindigkeiten starke Fahrzeugschwingungen. Der Effekt verschwindet, wenn man die Geschwindigkeit erhöht.