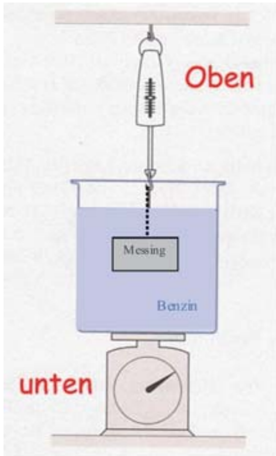
Fachhochschule Hannover vorgezogene Wiederholungsklausur 28.09.2010
Fachbereich Maschinenbau Zeit: 90 min
zum Fach Physik II im SS10 Hilfsmittel: Formelsammlung zur Vorlesung

---

1. Ein Becher der Masse $m_B = 0{,}5\,kg$ sei mit Benzin $m_W = 2\,kg$ gefüllt und stehe auf einer Waage (*unten*). Ein Messingblock der Masse $m_{Me} = 2\,kg$ und der Dichte $\rho_{Al} = 8{,}4\,g\,cm^{-3}$ sei an einer Federwaage (*oben*) aufgehängt und tauche vollständig in die Flüssigkeit ein (Dichte: $\rho_{Be} = 0{,}75\,g\,cm^{-3}$). (Siehe Abbildung rechts) Welche Anzeigen haben die beiden Waagen *oben* und *unten*?



2.a. Welche Beziehungen gelten für den Druck in der Atmosphäre als Funktion der Höhe und für den Druck in Wasser als Funktion Tiefe?

b. Geben Sie Druckwerte für 1000 m Wassertiefe und 11 000 m Höhe in der Atmosphäre an.

c. Skizzieren Sie den Druckverlauf im Wasser und in der Atmosphäre.

3. Es sollen <u>unterschiedliche Pendel</u> mit <u>gleicher Schwingungsdauer</u> $T = 2\ s$ betrachtet werden.

a. **Pendel Nr. 1:** Eine dünne Stange der Gesamtlängelänge L = 1 m soll um einen zu ermittelnden Drehpunkt schwingen, der in der oberhalb des Mittelpunktes aber innerhalb der Stangenlänge liegt.

b. **Pendel Nr. 2:** Das Pendel bestehe aus der in 3a. beschriebenen Stange der Länge L = 1 m, die an einem am Rand befestigten (masselosen) Faden aufgehängt sein soll. Wie lang muss der Faden sein, damit die Schwingungsdauer ebenfalls $T = 2\ s$ beträgt?

4. Beschreiben Sie Eigenschaften der <u>erzwungene Schwingungen</u> für unterschiedliche Dämpfungen.

a. Skizzieren Sie Resonanzkurven (gemeint: Amplitudenverlauf als Funktion von ω_a/ω_0) für vier Abklingkonstanten β mit $0 \le \beta \le \left(1/\sqrt{2}\right)\omega_0$.

b. Was passiert, wenn die Abklingkonstante $\beta = \left(1/\sqrt{2}\right)\omega_0$ ist? Begründung!

c. Skizzieren Sie den Winkel δ der Phasenverschiebung als Funktion von ω_a/ω_0

5. Auf einer senkrecht stehenden Drehachse (Masse vernachlässigbar) ist eine Halbkugel befestigt. Die Achse verläuft durch den Schwerpunkt der Halbkugel, die Grundkreisebene ist senkrecht zur Drehachse angeordnet. Mit Hilfe einer Spiralfeder mit der Winkelrichtgröße $D^* = 0{,}1\,N\,m$ wird die Anordnung zu einem Drehpendel. Die Masse der Halbkugel ist $m_{HK} = 1{,}0\,kg$, der Kugelradius $R = 0{,}075\,m$. Es wird durch das äußere Drehmoment $M(t) = M_0 \cdot \sin(\omega_a t)$ angeregt, mit $M_0 = 0{,}08\,Nm$. Das Resonanzmaximum liegt bei der (Kreis-)Frequenz $\omega_a = \omega_R = 6\,s^{-1}$.

a. Wie groß ist die Eigen(kreis-)frequenz ω_0 der ungedämpften Schwingung und wie groß ist die Abklingkonstante β?

b. Wie groß ist das Amplitudenmaximum bei der Resonanzbedingung?

Verwenden Sie zur Vereinfachung bei allen Aufgaben g = 10 m s^{-2}.

Lösungen:

1. Gewichtskraft Me-Block: $F_g = m_{Me}\, g = 2\,kg \cdot 10\,m\,s^{-2} = 20\,N$

Volumen des Me-Blocks: $V_{Me} = \dfrac{m_{Me}}{\rho_{Me}}$

Auftriebskraft Me-Block: $F_A = \rho_{Be}\, V\, g = \dfrac{\rho_{Be}}{\rho_{Me}} m_{Me}\, g = \dfrac{0,75}{8,4} \cdot 2 \cdot 10\,N = 1,78\,N$

Anzeige Waage oben: $A_o = F_g - F_A = 18,21\,N$

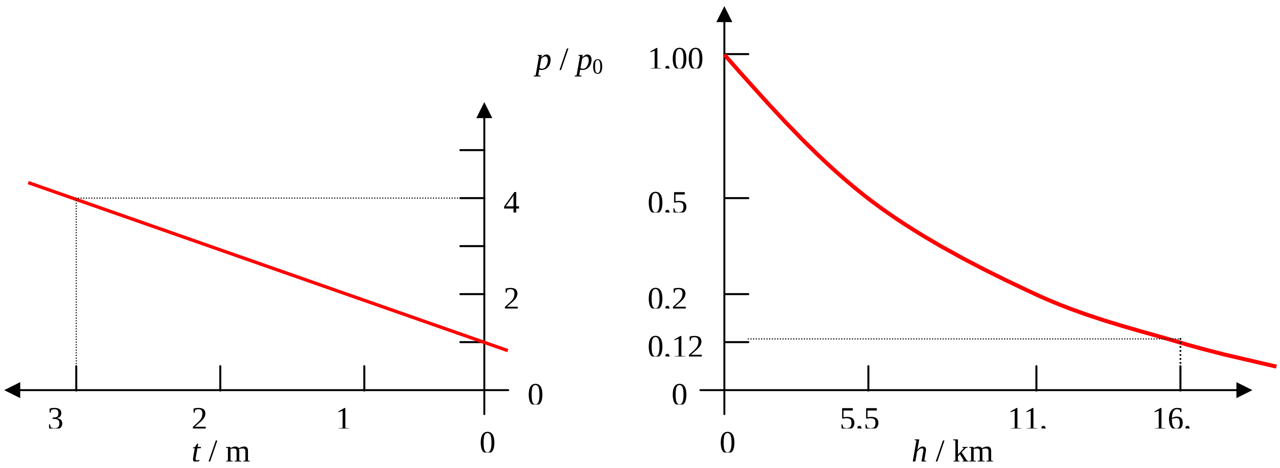
Anzeige Waage unten: $A_u = (m_B + m_{Be}) \cdot g + F_A = (0,5 + 2) \cdot 10\,N + 1,78\,N$

$A_u = 26,78\,N$

2a. Tiefendruck: $p(t) = \rho\, g\, t + p_0$

Atmosphärendruck $p(h) = p_0 \cdot e^{-\frac{\rho_0}{p_0} g\, h} = p_0 \cdot e^{-\frac{1,293}{101325} 9,81 \cdot \frac{h}{m}} = p_0 \cdot e^{-\frac{h}{7,988\,km}}$

2b.



3. Trägheitsmoment einer Stange der Länge L in Bezug auf ihren Schwerpunkt:

$$J_S = \frac{1}{12} m\, L^2$$

Wenn die Drehachse im Abstand d vom Schwerpunktes liegt, gilt (Steinerscher Satz):

$$J_{ges} = J_S + m\, d^2$$

Schwingungsdauer für ein physikalisches Pendel:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{m\, g\, d}{J_{ges}}} = \sqrt{\frac{m\, g\, d}{(1/12)\, m\, L^2 + m\, d^2}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g\, d}{(1/12)\, L^2 + d^2}} = \frac{2\pi}{T_0}$$

$$\frac{g\, d}{(1/12)\, L^2 + d^2} = \omega_0^2$$

$$g\, d = \omega_0^2 \left((1/12)\, L^2 + d^2 \right)$$

$$d^2 - \frac{g}{\omega_0^2} d = -(1/12) L^2$$

$$\left(d - \frac{g}{2\omega_0^2}\right)^2 = -(1/12) L^2 + \left(\frac{g}{2\omega_0^2}\right)^2$$

$$d_{1/2} = \pm\sqrt{\frac{g^2}{4\omega_0^4} - (1/12) L^2} + \frac{g}{2\omega_0^2}$$

$$d_{1/2} = \pm\sqrt{\frac{g^2 T_0^4}{64\pi^4} - (1/12) L^2} + \frac{g T_0^2}{8\pi^2}$$

Mit $g = 10\ m s^{-1}$ folgt:

$$d_{1/2} = \pm\sqrt{\frac{100 \cdot 16}{64\pi^4} - \frac{1}{12} \cdot 1^2 m} + \frac{10 \cdot 4}{8\pi^2} m$$

$$d_{1/2} = \pm\sqrt{0,256649 - 0.083333}\, m + 0,506606 m$$

$$d_{1/2} = \pm 0,416312\, m + 0,506606 m$$

Lösung zur negativen Wurzel: $d_1 = 0,09029\ m = 9,0\, cm$

Lösung zur positiven Wurzel: $d_2 = 0,922918\ m = 92,3\, cm$

3a. Der gesuchte Drehpunkt innerhalb der Stange entspricht Lösung $d_1 = 9,0\, cm$

3b. Der gesuchte Drehpunkt außerhalb der Stange entspricht Lösung $d_2 = 92,3\, cm$, also einer gesuchten Fadenlänge von $d_2 = 42,3\, cm$.

4a. Siehe Vorlesung

4b. Wenn:

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{2}} \omega_0$$

folgt:

$$\omega_R = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} = 0$$

Die Resonanzfrequenz ist also bei $\omega_a = \omega_R = 0$, d. h. es gibt keine Amplitudenüberhöhung.

4c. siehe Vorlesung

5a. **Das** Massenträgheitsmoment einer homogene Vollkugel ist $J_{VK} = \frac{2}{5} m_{VK} R^2$. Da Massenträgheitsmomente additiv sind, ist das Massenträgheitsmoment einer Halbkugel halb so groß wie das Massenträgheitsmoment der Vollkugel. Gleichzeitig ist aber auch die Masse der Halbkugel halb so groß wie das der Vollkugel.

Es gilt:

$$J_{HK} = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5} m_{VK} R^2\right) = \frac{2}{5} \frac{m_{VK}}{2} R^2 = \frac{2}{5} m_{HK} R^2$$

$$J_{HK} = \frac{2}{5} m_{HK} R^2 = 0,4 \cdot 1 \cdot 0,075^2\ kg\, m^2$$

$$J_{HK} = 0,00225\, kg\, m^2$$

Eigen(kreis-)frequenz:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{D^*}{J}} = \sqrt{\frac{D^*}{\frac{2}{5} m_{HK} R^2}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{0,1}{0,4 \cdot 1 \cdot 0,075^2}}\, s^{-2} = 6,666\, s^{-1}$$

Periodendauer:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 0,942\, s$$

Für ω_0, ω_R und β gilt die Verknüpfung: $\omega_R^2 = \omega_0^2 - 2\beta^2$

Abklingkonstante β: $\beta = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\omega_0^2 - \omega_R^2\right)} = \sqrt{\frac{1}{2}\left(6{,}666^2 - 6{,}000^2\right)} = 2{,}055\,s^{-1}$

5b. Maximalamplitude: $\varphi_{\max}\left(\omega_a, \omega_0, \beta\right) = \frac{f_a}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega_a^2\right)^2 + \left(2\beta\omega_a\right)^2}}$

$$\varphi_{\max}\left(\omega_a = \omega_R, \omega_0, \beta\right) = \frac{f_a}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega_R^2\right)^2 + \left(2\beta\omega_R\right)^2}}$$

mit: $\omega_R^2 = \omega_0^2 - 2\beta^2$

$$\varphi_{\max}\left(\omega_a = \omega_R, \omega_0, \beta\right) = \frac{f_a}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega_0^2 + 2\beta^2\right)^2 + 4\beta^2\omega_0^2 - 8\beta^4}}$$

$$\varphi_{\max}\left(\omega_a = \omega_R, \omega_0, \beta\right) = \frac{f_a}{\sqrt{4\beta^4 + 4\beta^2\omega_0^2 - 8\beta^4}} = \frac{f_a}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$

mit Eigen(kreis-)frequenz der gedämpften Schwingung: $\omega_e = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$

kann man schreiben: $\varphi_{\max}\left(\omega_e, \beta\right) = \frac{f_a}{2\beta\,\omega_e}$

Es ist:

Winkelbeschleunigung: $f_a = \frac{M_0}{J} = \frac{0{,}08\,Nm}{0{,}00225\,kg\,m^2} = 35{,}55\,s^{-2}$

$$\omega_e = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{6{,}666^2 - 2{,}055^2}\ s^{-1} = 6{,}341\,s^{-1}$$

$$\varphi_{\max}\left(\omega_a = \omega_R, \omega_e, \beta\right) = \frac{f_a}{2\beta\,\omega_e}$$

Amplitude im Bogenmaß $\varphi_{\max}\left(\omega_a = \omega_R, \omega_e, \beta\right) = \frac{35{,}55\,s^{-2}}{2\cdot 2{,}055\cdot 6{,}341\,s^{-2}} = 1{,}364$

Amplitude im Winkelmaß $\varphi_{\max}\left(\omega_a = \omega_R, \omega_e, \beta\right) = \frac{1{,}364}{\pi}\cdot 180 = 78{,}2°$