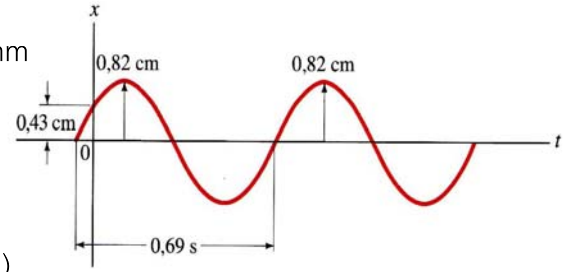
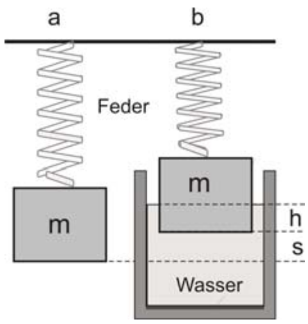
FACHHOCHSCHULE HANNOVER Name ....
Fakultät II Abt. M WS 2011/12 Matrikelnummer ....
Prof. Dr.-Ing. Pindrus, Prof. Dr. Schrewe, Prof. Dr. Haussmann **Experimentalphysik 2**
Freitag 20. Januar 2012

1. **Hydrostatik** (25 Punkte): Ein schwarzer Schlauch aus dünnem Kunststoff wird zu einem „Solarballon", wenn Sonnenstrahlung die Luft im Inneren erwärmt. Um aufsteigen zu können darf der Ballon im kalten Zustand am Boden nicht mit der maximal möglichen Luftmenge gefüllt werden. Der „Solarballon" sei zylinderförmig (Länge $L=3\ m$, Radius $R=0{,}3\ m$ und Masse $m=100\ g$). Am Startort herrschen ein Luftdruck von $960\ hPa$ und eine Lufttemperatur von $10°C$. Beim Start am Boden werden 88% des maximal möglichen Luftvolumens eingefüllt.
   a) Welche maximale Höhe kann der Ballon unter der Annahme einer konstanten Temperatur erreichen (barometrische Höhenformel, Dichte der Luft bei $0°C$ und $1013\ hPa$: $\rho_{L0}=1{,}293\ kg\ m^{-3}$)? $_{15}$
   b) Auf welche Temperatur muss sich die Innenluft am Boden mindestens erwärmt haben, damit der Ballon die Maximalhöhe erreichen kann? $_{10}$



2. **Harmonische Schwingungen** (25 Punkte): Das Diagramm zeigt das Oszillogramm eines harmonisch schwingenden Federpendels mit der schwingenden Masse von $m_B=14{,}3\ g$. Bei $t=0\ s$ beträgt die Auslenkung des Pendels $x=+0{,}43\ cm$.
   a) Bestimmen Sie die Eigenfrequenz f_0, die Federkonstante D, die Phasenverschiebung (Nullphasenwinkel) δ einer cosinus-förmigen Schwingungsfunktion, die maximale Geschwindigkeit v_{max} und die maximale Beschleunigung a_{max}. $_{15}$
   b) Berechnen Sie die momentane Geschwindigkeit zum Zeitpunkt $t=2{,}72\ s$. $_{10}$



3. **Physikalisches Pendel** (25 Punkte): Ein Holzquader (Länge a=15 cm, Breite b=10 cm, Höhe h=10 cm, Dichte von Holz ρ_{Holz}=0,69 kg/dm³) hängt an einer Feder (siehe Teilbild a). Von unten wird ein Wassergefäß (Dichte Wasser $\rho_W=1$ kg/dm³) unter den Holzquader gehoben, der Quader wird um $s=4$ cm angehoben und schwimmt in der neuen Gleichgewichtslage mit der Eintauchtiefe $h=3\ cm$) (siehe Teilbild b).
   a) Bestimmen Sie die Federkonstante der Feder. $_{8}$
   b) Der Quader wird relativ zu der neuen Gleichgewichtslage (Teilbild b) zusätzlich x=2 cm unter Wasser gedrückt, losgelassen und führt harmonische Schwingungen aus. Bestimmen Sie die Schwingungsperiode dieser Schwingungen, wenn die Dämpfung vernachlässigt wird. $_{17}$

4. **Viskos gedämpfte Schwingung** (25 Punkte): Bei einem Federschwinger sind die Masse **m**, die Federkonstante **D** und die Dämpfungskonstante (**b** bzw. **r**) bekannt. Zur Zeit t = 0 beträgt die Auslenkung x(0) = $\hat{x}_0$. Die Parameter sind $m=30\ g,\ D=1{,}5\ N/m;\ b=r=0{,}12\ N{\cdot}s/m;\ \hat{x}_0$ = 35 mm.
   a) Wie groß sind die Schwingungsdauer **T** und das logarithmische Dekrement?
   b) Berechnen Sie die Auslenkungen **x(T)** und **x(2T)**.
   c) Nach welcher Zeit t ist die Amplitude $\hat{x}_n$ auf die Hälfte des Anfangswerts abgeklungen?
   d) Wie groß müsste die Federkonstante **D** sein, damit sich der Federschwinger im aperiodischen Grenzfall bewegt?

Hilfsmittel: selbst geschriebene oder freigegebene Formelsammlung, Taschenrechner
Bearbeitungszeit: 90 Minuten
Bearbeitungshinweise: Der Lösungsweg muss erkennbar und nachvollziehbar sein.
Die Aufgaben sind soweit wie möglich buchstabenmäßig durchzurechnen.
Geben Sie die Ergebnisse der Zahlenrechnung mit sinnvoller Ziffernzahl an.

Musterlösungen:

Aufgabe 1 (Hydrostatik)

Eingangsdaten:

Länge des zylindrischen Ballonvolumens: $L = 3\,m$

Radius des zylindrischen Ballonvolumens: $R = 0,3\,m$

Volumen des prallen Ballons: $V_{B,p} = \pi R^2 L = 0,8482\,m^3$

Masse des Ballons: $m_B = 100\,g$

Luftdichte bei Standardbedingungen: $\rho_{Luft,0} = 1,293\,kg\,m^{-3}$

Luftdruck am Startort: $p_1 = 960\,hPa$

Temperatur am Startort: $T_1 = 10°C = 283\,K$

Luftdichte am Startort:
$$\rho_{Luft,1} = \rho_{Luft,0} \frac{T_0 \cdot p_1}{T_1 \cdot p_0} = 1,293 \frac{kg}{m^3} \cdot \frac{273 \cdot 960}{283 \cdot 1013}$$
$$\rho_{Luft,1} = 1,182 \frac{kg}{m^3}$$

Luftdichte in der Maximalhöhe:
$$\rho_{Luft,m} = \rho_{Luft,1} \cdot e^{-\frac{\rho_0 \cdot g}{p_0} \cdot h_{\max}}$$

Beim Start wird 88% des maximal möglichen Luftvolumens eingefüllt.
Für das Luftvolumen beim Start gilt: $V_1 = 0,88 \cdot V_{B,p} = 0,7464\,m^3$

a. Die Schwebebedingung in der Maximalhöhe lautet: Auftriebskraft = Gewichtskraft.

Es gilt:
$$\rho_{Luft,m} \cdot V_{B,p} \cdot g = \left(m_B + \rho_{Luft,1} \cdot V_1\right) \cdot g$$

Einsetzen von $\rho_{Luft,m}$ liefert:
$$\rho_{Luft,1} \cdot e^{-\frac{\rho_0 \cdot g}{p_0} \cdot h_{\max}} \cdot V_{B,p} \cdot g = \left(m_B + \rho_{Luft,1} \cdot V_1\right) \cdot g$$
$$e^{-\frac{\rho_0 \cdot g}{p_0} \cdot h_{\max}} = \frac{m_B + \rho_{Luft,1} \cdot V_1}{\rho_{Luft,1} \cdot V_{B,p}}$$
$$h_{\max} = -\frac{p_0}{\rho_0 \cdot g} \cdot \ln \frac{m_B + \rho_{Luft,1} \cdot V_1}{\rho_{Luft,1} \cdot V_{B,p}}$$
$$h_{\max} = -\frac{1013\,h\,Pa}{1,293\,kg\,m^{-3} \cdot 10\,ms^{-2}} \ln \frac{0,1\,kg + 1,182\,kg\,m^{-3} \cdot 0,7464\,m^3}{1,182\,kg\,m^{-3} \cdot 0,8482\,m^3}$$
$$h_{\max} = -7834\,m \cdot \ln \frac{0,9823}{1,0026} = 160\,m$$

Ergebnis für Maximalhöhe: $h_{\max} = 160\,m$ mit $g = 10\,m\,s^{-2}$

(Maximalhöhe mit g = 9,81 ms^{-2} $h_{\max} = -7986\,m \cdot \ln \frac{0,9823}{1,0026} = 163\,m$)

b. Beim Start wird 88% des maximal möglichen Luftvolumens eingefüllt.

Volumen des prallen Ballons: $V_{B,p} = \pi R^2 L = 0{,}8482\, m^3$

Volumen der eingefüllten Luft beim Start: $V_1 = 0{,}88 \cdot V_{B,p} = 0{,}7464\, m^3$

Der Druck bleibt konstant und beträgt: $p_1 = 960\, hPa$

Temperatur am Startort: $T_1 = 10°C = 283\, K$

Gesucht ist die Temperatur $T_{1,p}$ der Luft im Inneren, bei der ein Ballon, der mit V_1 am Boden bei der Temperatur T_1 gefüllt worden ist, das Ballonvolumen $V_{B,p}$ ausfüllt.

Allgemeine Gasgleichung: $$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_1 \cdot V_{B,p}}{T_{1,p}}$$

Ergebnis für die Temperatur $T_{1,p}$: $$T_{1,p} = \frac{V_{B,p}}{V_1} \cdot T_1 = \frac{0{,}8482}{0{,}7469} \cdot 783\, K = 321\, K \; □ \; 48°C$$

Aufgabe 2 (Harmonische Schwingungen)

a. Periodendauer: $T_0 = 0{,}69\, s$

Eigenfrequenz: $f_0 = \frac{1}{T_0} = 1{,}449\, s^{-1}$

Eigenkreisfrequenz: $\omega_0 = 2\pi \cdot f_0 = 2\pi \cdot 1{,}449\, s^{-1} = 9{,}106\, s^{-1}$

Federkonstante: $D = \omega_0^2 \cdot m = 9{,}106^2\, s^{-2} \cdot 1{,}43 \cdot 10^{-2}\, kg = 1{,}186\, Nm^{-1}$

Schwingungsfunktion: $x(t) = x_{\max} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \delta)$

mit der maximalen Amplitude: $x_{\max} = 0{,}82\, cm = 8{,}2 \cdot 10^{-3}\, m$

und der Anfangsbedingung: $x(t=0) = 0{,}43\, cm = 4{,}3 \cdot 10^{-3}\, m$

Es folgt: $x(t=0) = 4{,}3 \cdot 10^{-3}\, m = 8{,}2 \cdot 10^{-3}\, m \cdot \cos(\delta)$

Ergebnis für δ: $$\delta = \arccos\left(\frac{4{,}3}{8{,}2}\right) = \pm 1{,}019$$

Für die abgebildete Amplitudenfunktion muss die Phasenverschiebung negatives Vorzeichen haben.

$$x(t) = x_{\max} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \delta)$$

mit $x_{\max} = 8{,}2 \cdot 10^{-3}\, m$

und $\omega_0 = 9{,}106\, s^{-1}$

und $\delta = -1{,}019$

Maximale Geschwindigkeit: $v_{\max} = x_{\max} \cdot \omega_0 = 8{,}2 \cdot 10^{-3}\, m \cdot 9{,}106\, s^{-1} = 7{,}467 \cdot 10^{-2}\, m\, s^{-1}$

Maximale Beschleunigung: $a_{\max} = x_{\max} \cdot \omega_0^2 = 8{,}2 \cdot 10^{-3}\, m \cdot 9{,}106^2\, s^{-2} = 6{,}799 \cdot 10^{-1}\, m\, s^{-2}$

b. Geschwindigkeit zum Zeitpunkt $t = 2{,}72\, s$:

$$v(t) = -x_{\max} \cdot \omega_0 \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \delta) \quad \text{mit } \delta = -1{,}019$$

$$v(t = 2{,}72\, s) = +7{,}336 \cdot 10^{-2}\, ms^{-1}$$

Aufgabe 3 (Physikalisches Pendel)

a. Volumen des Holzquaders: $V_{HQ} = 1{,}5 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 10^{-3}\ m^3 = 1{,}5 \cdot 10^{-3}\ m^3 = 1{,}5\,l$

Masse des Holzquaders: $m_{HQ} = \rho_Q \cdot V_{HQ} = 690 \frac{kg}{m^3} 1{,}5 \cdot 10^{-3}\ m^3 = 1{,}035\,kg$

Gewichtskraft des Holzquaders: $F_G = m_{HQ} \cdot g = 1{,}035\,kg \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} = 10{,}15335\,N$

Volumen verdrängtes Wasser: $V_K = 1{,}5 \cdot 1 \cdot 0{,}3 \cdot 10^{-3}\ m^3 = 0{,}45 \cdot 10^{-3}\ m^3 = 0{,}45\,l$

Auftriebskraft des Holzquaders: $F_A = \rho_W \cdot V_K \cdot g = 1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 0{,}45 \cdot 10^{-3}\ m^3 \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} = 4{,}4145\,N$

Kräftebilanz: $F_G = F_F + F_A$

Federkraft: $F_F = F_G - F_A = 10{,}15335\,N - 4{,}4145\,N = 5{,}73885\,N$

Federkonstante: $D = \frac{F_F}{s} = \frac{5{,}73885\,N}{0{,}04\,m} = 143{,}47125 \frac{N}{m} \approx 143{,}48 \frac{N}{m}$

b Rückstellkraft: $F_{Rü} = -D \cdot x - \rho_W \cdot g \cdot A \cdot x = -(D + \rho_W \cdot g \cdot A) \cdot x = -D_{eff} \cdot x$

effektive Federkonstante: $D_{eff} = D + \rho_W \cdot g \cdot A = 143{,}48 \frac{N}{m} + 1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-2}\ m^2$

$$D_{eff} = 143{,}48 \frac{N}{m} + 147{,}15 \frac{N}{m} = 290{,}63 \frac{N}{m}$$

Eigenkreisfrequenz: $\omega_0 = \sqrt{\frac{D_{eff}}{m_{HQ}}} = \sqrt{\frac{290{,}63 \frac{N}{m}}{1{,}035\,kg}} = 16{,}757 \frac{1}{s}$

Schwingungsperiode: $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{16{,}757 \frac{1}{s}} = 0{,}375\,s$

Aufgabe 4 (gedämpfte Schwingungen)

a. Eigenkreisfrequenz: $\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}} = \sqrt{\frac{1{,}5 \frac{N}{m}}{0{,}03\,kg}} = 7{,}071 \frac{1}{s}$

Abklingkonstante δ: $\delta = \frac{b}{2m} = \frac{r}{2m} = \frac{0{,}12 \frac{Ns}{m}}{2 \cdot 0{,}03 kg} = 2 \frac{1}{s}$

Kreisfrequenz gedämpfte Schwingung: $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = \sqrt{70{,}71^2 - 2^2} \frac{1}{s} = \sqrt{46} \frac{1}{s} = 6{,}78 \frac{1}{s}$

Schwingungsperiode: $T_d = \frac{2\pi}{\omega_d} = \frac{2\pi}{6{,}78\frac{1}{s}} = 0{,}927\,s$

Logarithmisches Dekrement: $\Lambda = \delta \cdot T_d = 2\frac{1}{s} \cdot 0{,}926\,s = 1{,}854$

b. Schwingungsfunktion: $x(t) = \hat{x}_0 \cdot e^{-\delta t} \cos(\omega_d \cdot t)$

Auslenkung nach T: $x(T) = \hat{x}_1 = \hat{x}_0 \cdot e^{-\delta T} \cos(\omega_d \cdot T) = \hat{x}_0 \cdot e^{-\Lambda} = 35\,mm \cdot e^{-1{,}854} = 5{,}49\,mm$

Auslenkung nach 2T: $x(2T) = \hat{x}_1 = \hat{x}_0 \cdot e^{-2\delta T} \cos(\omega_d \cdot T) = \hat{x}_0 \cdot e^{-2\Lambda} = 35\,mm \cdot e^{-3{,}706} = 0{,}86\,mm$

c. Schwingungsfunktion: $x(t) = \hat{x}_0 \cdot e^{-\delta t} \cos(\omega_d \cdot t)$

d. aperiodischer Grenzfall: $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = 0$

$$\omega_0^2 = \frac{D}{m} = \delta^2 = \frac{b^2}{4m^2} \quad \Rightarrow D = \frac{b^2}{4m}$$

$$D = \frac{\left(0{,}12\frac{Ns}{m}\right)^2}{4 \cdot 0{,}03\,kg} = 0{,}12\frac{N}{m}$$