HOCHSCHULE HANNOVER | Name ....
Fakultät II Abt. M WS 2016/2017 | Matrikelnummer ....
Übungsklausur | **Experimentalphysik 2**

1	2	3	4	SUM
/25	/25	/30	/30	/110

1a. Hydrostatik: Eine rechteckige Kiste (Grundseite 3 m x 2.5 m, Höhe 1.5 m) ist oben offen, hat eine Masse m = 2700 kg und schwimmt in einem wassergefüllten Becken mit einer Grundfläche A = 100 m^2.

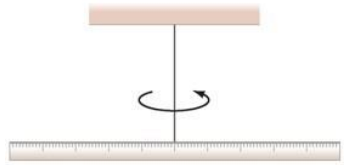
a) Wie groß ist die Eintauchtiefe der Kiste?

b) Welches Ballastgewicht ist notwendig, damit die Eintauchtiefe 1 m beträgt?

c) Der Ballast aus Teil (b) besteht aus Steinen mit einer Dichte von 2.5 t/m^3. Um welche Höhe ändert sich der Wasserspiegel im Becken, wenn der Ballast aus der Kiste genommen und im Becken versenkt wird?

1b. Hydrostatik: Ein Holzkörper (Masse 6 kg, Dichte 0,65 g/cm^3) soll in Wasser (Dichte 1 g/cm^3) versenkt und mit Steinen (Dichte 2,5 g/cm^3) so beschwert werden, dass er am Aufsteigen im Wasser gehindert wird. Welche Mindest-masse an Steinen ist dazu notwendig?

2. Harmonische Schwingungen: Ein Meterstab ist in seinem Mittelpunkt an einem dünnen Draht aufgehängt (siehe Abb.). Er wird verdrillt und schwingt mit einer Periode von 6,0 s.

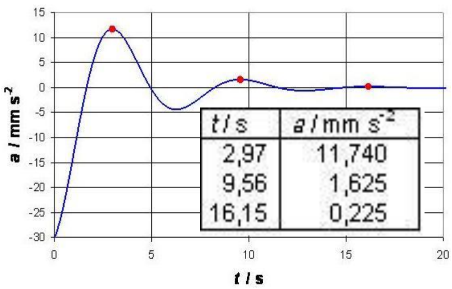


a) Der Meterstab wird auf eine Länge von 70,0 cm gekürzt. Dieses Stück wird erneut in seinem Mittelpunkt ausbalanciert und in Schwingungen versetzt. Mit welcher Periode schwingt er?

b) Der ungekürzte Meterstab wird um 60^0 verdrillt und losgelassen. Bestimmen Sie die maximale Winkelgeschwindigkeit!

c) In welcher Zeit erreicht die Winkelgeschwindigkeit 50% ihres maximalen Wertes? Um wieviel Grad hat sich der Meterstab in dieser Zeit gedreht?

3a. Gedämpfte Schwingungen: Ein schwingfähiges Maschinenteil der Masse 100 kg wird durch einen Hammerschlag in Schwingungen versetzt und die Funktion $a(t)$ mit Hilfe eines Beschleunigungssensors gemessen (siehe Abb.). Die Tabelle in Abb. enthält die Koordinaten der Beschleunigungsmaxima (rote Punkte in Abb.).



a) Bestimmen Sie die Abklingkonstante.

b) Bestimmen Sie die Schwingungsdauer der ungedämpften Schwingung.

c) Wie groß müsste die Abklingkonstante gewählt werden, damit das Feder-Masse-System im aperiodischen Grenzfall schwingt?

3b. Gedämpfte Schwingungen: Gedämpfte Schwingungen: Zwei Schwingungssysteme (gleiche Federn $D_1 = D_2$ = 100 N/m, gleiche Massen $m_1 = m_2$ = 0,4 kg) erhalten zum Zeitnullpunkt jeweils eine Anfangsenergie 2 J zugeführt. System 1 ist geschwindigkeitsproportional gedämpft (Dämpfungskonstante b = 0,8 kg/s, System 2 unterliegt der Coulombschen Reibung mit der Gleitreibungszahl μ = 0,2.

a) Welche Anfangsamplitude haben beide Schwingungssysteme?

b) Berechnen Sie die Schwingungsperioden der beiden Systeme.

c) Welche Amplituden besitzen die beiden Systeme nach Ablauf von jeweils 2 Schwingungsperioden?

d) Wie hoch ist der jeweilige relative Energieverlust der beiden Systeme nach Ablauf von jeweils 2 Schwingungsperioden bezogen auf die Anfangsenergie?

4. Erzwungene Schwingung: Eine Maschine wird wegen vorhandener erzwungener Schwingungen federnd aufgestellt. Ihre Masse beträgt 2 t, die resultierende Federkonstante der Federung beträgt 100 kN/m. Die angebrachten Schwingungsdämpfer ergeben eine Abklingkonstante von δ = 3 1/s. Bei einer Drehzahl von n = 800 1/min treten Schwingungen mit einer Amplitude von 1,5 mm auf.

a) Berechnen Sie die Resonanzfrequenz der erzwungenen Schwingung!

b) Welchen Abstand zur Wand muss die Maschine mindestens haben, wenn sie im Drehzahlbereich von 500 1/min bis 1500 1/min betrieben werden soll?

Lösungen:

1a. a) 0,36 m, b) 47 088 N (mit g = 9,81 m/s^2) , c) senkt sich um 2,88 cm
1b. 5,38 kg

2. a) 3,5 s, b) 1,1 s^{-1}, c) 0,526 s, 9^0

3a. a) 0,300 s^{-1}; b T_0 = 6,28 s; c) 1,000 s^{-1}
3b. Geschwindigkeitsproportionale (viskose) Dämpfung
a) 0,2 m, b) T_D = 0,398 s, c) 0,09 m, d) 80%
Geschwindigkeitsunabhängige Dämpfung (bei konstanter Coulombscher Reibung)
a) 0,2 m, b) T_D = 0,397 s, c) 0,137 m, d) 53%

4. a) 0,90 Hz, b) 3,9 mm

Lösungen ausführlich:

1a.a) Volumen der Kiste: $V_K = L \cdot B \cdot H = 3 \cdot 2,5 \cdot 1,5\,m^3 = 11,25\,m^3$

Grundfläche der Kiste: $A_K = 3 \cdot 2,5\,m^2 = 7,5\,m^2$

Schwebebedingung: Gewichtskraft = $F_g = F_A$ Auftriebskraft

$$m_K \cdot g = \rho_{Wasser} \cdot V_S \cdot g$$

$$m_K = \rho_{Wasser} \cdot A_K \cdot h_S$$

Eintauchtiefe: $$h_S = \frac{m_K}{\rho_{Wasser} \cdot A_K} = \frac{2700\,kg}{1000\,kg\,m^{-3} \cdot 7,5\,m^2} = 0,36\,m$$

1a.b) Um eine Eintauchtiefe von 1 m zu erreichen, muss die Kiste um die Strecke $\Delta h_K = 0,64\,m$ tiefer eintauchen.

$$F_{g,Z} = \rho_{Wasser} \cdot A_K \cdot \Delta h_K \cdot g$$

$$F_{g,Z} = 1000\,kg\,m^{-3} \cdot 7,5\,m^2 \cdot 0,64m \cdot 9,81\,ms^{-2} = 47088\,N$$

$$F_{g,Z} = 1000\,kg\,m^{-3} \cdot 7,5\,m^2 \cdot 0,64m \cdot 10\,ms^{-2} = 48000\,N$$

1a.c) Masse des Ballastes aus **b)**: $$m_B = \frac{F_{g,Z}}{g} = \rho_{Wasser} \cdot A_K \cdot \Delta h_K$$

$$m_B = 1000\,kg\,m^{-3} \cdot 7,5\,m^2 \cdot 0,64m = 4800\,kg$$

Verdrängtes Volumen: $$V_W = \frac{m_B}{\rho_W} = \frac{4800\,kg}{1000\,kg\,m^{-3}} = 4,8\,m^3$$

Volumen des Ballastes: $$V_B = \frac{m_B}{\rho_B} = \frac{4800\,kg}{2500\,kg\,m^{-3}} = 1,92\,m^3$$

Höhenänderung des Wasserspiegels, wenn der Ballast aus der Kiste im Becken versenkt wird:

$$\Delta h_W = \frac{V_W - V_B}{A} = \frac{(1,92 - 4,8)\,m^3}{100\,m^2} = -0,0288\,m$$

1b. Der Körper wird dann am Aufsteigen gehindert, wenn $F_g \geq F_A$.

Schwebebedingung: $F_g = F_A$

Aufgabenstellung nicht ganz eindeutig, der Holzkörper könnte ein Hohlkörper oder ein Körper ähnlich einer offenen Kiste sein.
Erste Annahme: Holzkörper sei ein Hohlkörper.

Auftriebskraft: $$F_A = \rho_W \cdot V_{HK} \cdot g = \rho_W \cdot \frac{m_{HK}}{\rho_H} \cdot g$$

$$F_A = \frac{1000}{650} \cdot 6\,kg \cdot 9,81\,m\,s^{-2} = 9,5538\,N$$

Gewichtskraft: $$F_g = \left(m_{HK} + \rho_{St} \cdot V_{St}\right) \cdot g$$

Schwebebedingung: $$F_g = \left(m_{HK} + \rho_{St} \cdot V_{St}\right) \cdot g = \rho_W \cdot \frac{m_{HK}}{\rho_H} \cdot g = F_A$$

$$m_{St} = \rho_{St} \cdot V_{St} = \rho_W \cdot \frac{m_{HK}}{\rho_H} - m_{HK}$$

Ergebnis: $$m_{St} = m_{HK}\left(\frac{\rho_W}{\rho_H} - 1\right) = 6\,kg\left(\frac{1000}{650} \cdot -1\right) = 6 \cdot 0,53846 = 3,23\,kg$$

Zweite Annahme: Holzkörper hat die Form einer Kiste (Kahn), die so mit Steinen beladen werden soll, dass sie gerade nicht mehr aufsteigen kann (Schwebebedingung).
Im Unterschied zu dem mit Steinen befüllten Hohlkörper liefern bei der offenen Kiste auch die Steine einen Beitrag zur Auftriebskraft.

Auftriebskraft: $F_A = \rho_W \cdot (V_{HK} + V_{St}) \cdot g = \rho_W \cdot \left(\frac{m_{HK}}{\rho_H} + \frac{m_{St}}{\rho_{St}} \right) \cdot g$

Gewichtskraft: $F_g = (m_{HK} + m_{St}) \cdot g$

Schwebebedingung: $\rho_W \cdot \left(\frac{m_{HK}}{\rho_H} + \frac{m_{St}}{\rho_{St}} \right) \cdot g = (m_{HK} + m_{St}) \cdot g$

$$\rho_W \cdot \left(\frac{m_{HK}}{\rho_H} + \frac{m_{St}}{\rho_{St}} \right) = (m_{HK} + m_{St})$$

$$\frac{\rho_W}{\rho_H} m_{HK} - m_{HK} = m_{St} - \frac{\rho_W}{\rho_{St}} m_{St}$$

$$\left(\frac{\rho_W}{\rho_H} - 1 \right) \cdot m_{HK} = \left(1 - \frac{\rho_W}{\rho_{St}} \right) \cdot m_{St}$$

$$m_{St} = \frac{\frac{\rho_W}{\rho_H} - 1}{1 - \frac{\rho_W}{\rho_{St}}} \cdot m_{HK}$$

Ergebnis: $m_{St} = \frac{\frac{1000}{650} - 1}{1 - \frac{1000}{2500}} \cdot 6\,kg = \frac{0,53846}{0,6} = 0,8974 \cdot 6\,kg = 5,3846\,kg$

Die zweite Annahme entspricht der beabsichtigten Aufgabenstellung.

2a. Das schwingende System ist ein Drehpendel. Für das Drehpendel mit dem Meterstab gilt:

Schwingungsdauer für $L = 1m$: $T_{1m} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{J_{1m}}{D^*}} = 6\,s$

Für das Drehpendel mit dem 0,7 m langen Stab gilt:

Schwingungsdauer für $L = 0,7\,m$: $T_{0,7m} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{J_{0,7m}}{D^*}}$

Es folgt: $D^* = 4\pi^2 \cdot \frac{J_{1m}}{T_{1m}^2}$ bzw.: $D^* = 4\pi^2 \cdot \frac{J_{0,7m}}{T_{0,7m}^2}$

$$\frac{J_{1m}}{T_{1m}^2} = \frac{J_{0,7m}}{T_{0,7m}^2}$$

Ergebnis: $T_{0,7m} = \sqrt{\frac{J_{0,7m}}{J_{1m}}} \cdot T_{1m} = \sqrt{\frac{\frac{1}{12} \cdot 0,7 \cdot m_{1m} \cdot L_{0,7m}^2}{\frac{1}{12} \cdot m_{1m} \cdot L_{1m}^2}} \cdot T_{1m}$

$$T_{0,7m} = \sqrt{\frac{0,7 \cdot 0,7^2}{1^2}} \cdot 6\,s = 3,51\,s$$

2b. Harmonische Schwingung des Meterstabes:

Amplitudenfunktion: $\varphi(t) = \varphi_0 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t)$ mit $\varphi_0 = 60° = \frac{1}{3}\pi = 1{,}047$

Winkelgeschwindigkeitsfkt.: $\omega(t) = \dot{\varphi}(t) = -\varphi_0 \cdot \omega_0 \cdot \sin(\omega_0 \cdot t)$

Max. Winkelgeschwindigkeit: $\omega_{\max} = \varphi_0 \cdot \omega_0 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{D^*}{J_{1m}}}$

Es gilt: $\sqrt{\frac{D^*}{J_{1m}}} = \frac{2\pi}{T_{1m}}$

Ergebnis: $\omega_{\max} = \varphi_0 \cdot \omega_0 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \frac{2\pi}{T_{1m}} = \frac{2\pi^2}{3 \cdot T_{1m}} = \frac{2\pi^2}{3 \cdot 6\,s} = 1{,}096\,s^{-1}$

2c. Harmonische Schwingung des Meterstabes:

Winkelgeschwindigkeitsfkt.: $\omega(t) = \dot{\varphi}(t) = -\varphi_0 \cdot \omega_0 \cdot \sin(\omega_0 \cdot t)$

Halbe Winkelgeschwindigkeit: $\omega(t_1) = \dot{\varphi}(t_1) = -\frac{\varphi_0 \cdot \omega_0}{2} = -\varphi_0 \cdot \omega_0 \cdot \sin(\omega_0 \cdot t_1)$

Es folgt: $\sin(\omega_0 \cdot t_1) = \frac{1}{2}$

$$t_1 = \frac{1}{\omega_0} \cdot \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\frac{J_{1m}}{D^*}} \cdot \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{T_{1m}}{2\pi} \cdot \frac{\pi}{6} = \frac{6\,s}{12} = 0{,}5\,s$$

Amplitude zum Zeitpunkt t_1: $\varphi(t_1) = \varphi_0 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t_1) = \frac{\pi}{3} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_{1m}} \cdot \frac{T_{1m}}{12}\right) = \frac{\pi}{3} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$

Ergebnis: $\varphi(t_1) = 0{,}90689 = 51{,}96°$

3a.a) Die Abklingkonstante sei: $\beta \triangleq \delta$

Die Schwingungsdauer der gedämpften Schwingung sei: $T_e \cong T_D$

Für die Amplituden zweier aufeinander folgender Beschleunigungsmaxima gilt:

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = e^{-\beta \cdot T_e}$$

Logarithmieren: $\ln\left(\frac{a_{n+1}}{a_n}\right) =^{-\beta \cdot T_e}$

Abklingkonstante: $\beta = \frac{\ln\left(\frac{a_n}{a_{n+1}}\right)}{T_e}$

Für $t_1 = 2{,}97\,s$ und $t_2 = 9{,}56\,s$: $\beta_1 = \frac{\ln\frac{11{,}740}{1{,}625}}{(9{,}56 - 2{,}97)\,s} = 0{,}300\,s^{-1}$

Für $t_2 = 9{,}56\,s$ und $t_3 = 16{,}15\,s$: $\beta_2 = \frac{\ln\frac{1{,}625}{0{,}225}}{(16{,}15 - 9{,}56)\,s} = 0{,}300\,s^{-1}$

Ergebnis für die Abklingkonstante: $\beta = 0{,}300\,s^{-1}$

3a.b)

Die Schwingungsdauer der gedämpften Schwingung ergibt sich zu:

Möglichkeit 1 $T_{e,1} = (9{,}56 - 2{,}97)\,s = 6{,}59\,s$

Möglichkeit 2 $T_{e,2} = (16{,}15 - 9{,}56)\,s = 6{,}59\,s$

Die Eigenkreisfrequenz der gedämpften Schwingung beträgt:

$$\omega_e = \frac{2\pi}{T_e} = \frac{2\pi}{6{,}59\,s} = 0{,}95344\,s^{-1}$$

Für die Eigenkreisfrequenz der ungedämpften Schwingung gilt:

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_e^2 + \beta^2}$$

$$\omega_0 = \sqrt{0{,}95344^2 + 0{,}300^2}\ s^{-1} = 1{,}000\,s^{-1}$$

Schwingungsdauer der ungedämpften Schwingung:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{1{,}000\,s^{-1}} = 6{,}28\,s^{-1}$$

3a.c) Im aperiodischen Grenzfall (ap) ist die Abklingkonstante gleich der Eigenkreisfrequenz der ungedämpften Schwingung:

$$\beta_{ap} = 1{,}000\,s^{-1}$$

3b.a) Für Stokessche Reibung gilt: $E_0 = \frac{1}{2} D_1 \cdot \hat{x}_1^2$

Anfangsamplitude System 1: $\hat{x}_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot E_0}{D_1}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2\,Nm}{100\,N\,m^{-1}}} = 0{,}2\,m$

Für Coulombsche Reibung gilt: $E_0 = \frac{1}{2} D_2 \cdot \hat{x}_2^2$

Anfangsamplitude System 2: $\hat{x}_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot E_0}{D_2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2\,Nm}{100\,N\,m^{-1}}} = 0{,}2\,m$

3b.b) Bei Stokesscher Reibung gilt für die Schwingungsdauer der gedämpften Schwingung:

$$T_D = T_e = \frac{2\pi}{\omega_e} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{D_1}{m_1} - \beta^2}}$$

Mit Abklingkonstante β: $\beta = \frac{b}{2 \cdot m_1} = \frac{0{,}8\,kg\,s^{-1}}{2 \cdot 0{,}4\,kg} = 1{,}0\,s^{-1}$

Ergebnis: $T_D = T_e = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{100\,kg\,s^{-2}}{0{,}4\,kg} - 1{,}0^2\,s^{-2}}} = 0{,}3982\,s$

Bei Coulombscher Reibung ist die Schwingungsdauer gleich T_0 der ungedämpften Schwingung:

$$T_D = T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{D_2}{m_2}}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{100\,kg\,s^{-2}}{0{,}4\,kg}}} = 0{,}3973\,s$$

3b.c) Amplitudenfunktion bei Stokesscher Reibung:

$$x(t)=\hat{x}_1\cdot e^{-\beta\cdot t}\cdot\cos(\omega_e\cdot t)$$

Mit $\omega_e=\omega_D=\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}=\sqrt{\frac{D_1}{m_1}-\beta^2}=\frac{2\pi}{T_e}=\frac{2\pi}{T_D}$

Amplitudenwert bei $t=2\cdot T_e$: $x(2\cdot T_e)=\hat{x}_1\cdot e^{-\beta\cdot 2\cdot T_e}\cdot\cos\left(\frac{2\pi}{T_e}\cdot 2T_e\right)$

$$x(2\cdot T_e)=0,2\,m\cdot e^{-1,0\,s^{-1}\cdot 2\cdot 0,3982\,s_e}\cdot\cos(4\pi)$$

$$x(2\cdot T_e)=0,0902\,m$$

Amplitudenfunktion bei Coulombscher Reibung, wobei $n=1,2,3....$ der Periodenzahl entspricht:

Es gilt für $n=1$ und $\omega_0\cdot t=0$ $\quad x_{n=1}(t=0)=\hat{x}_2$

für $(2n-2)\cdot\pi<\omega_0\cdot t\le(2n-1)\cdot\pi$: $\quad x_n(t)=(\hat{x}_2-4a\cdot(n-1)-a)\cdot\cos(\omega_0\cdot t)+a$ (1)

für $(2n-1)\cdot\pi\le\omega_0\cdot t\le 2n\cdot\pi$ gilt: $\quad x_n(t)=(\hat{x}_2-4a\cdot n+a)\cdot\cos(\omega_0\cdot t)-a$ (2)

für $t=2\cdot T_0$ ist $n=2$. Für die Bestimmung der Amplitude muss Gleichung (2) verwendet werden.

Es gilt: $\cos(\omega_0\cdot 2T_0)=\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}\cdot 2T_0\right)=\cos(4\pi)=1$

Und $x_{n=2}(t=2T_0)=(\hat{x}_2-4a\cdot 2+a)\cdot\cos(\omega_0\cdot 2T_0)-a$

$$x_{n=2}(t=2T_0)=\hat{x}_2-8a$$

Mit: $a=\frac{\mu_G\cdot F_n}{D}$

Hier ist die Aufgabenstellung nicht ganz klar, da die Anordnung des Feder-Masse-System nicht bekannt ist. Es wird angenommen, dass $F_n=m_2\cdot g$ gilt.

$$a=\frac{\mu_G\cdot F_n}{D}=\frac{0,2\cdot 0,4kg\cdot 9,81\,m\,s^{-2}}{100\,kg\,s^{-2}}$$

$$a=0,007848\,m$$

Ergebnis: $x_{n=2}(t=2T_0)=(0,2-8\cdot 0,007848)\,m$

$$x_{n=2}(t=2T_0)=0,1372\,m$$

3b.d) Energieverlust: $\Delta W_Q=\frac{1}{2}D\cdot\hat{x}_1^2-\frac{1}{2}D\cdot(x(2T_e))^2$

$$\Delta W_Q=\frac{1}{2}D\cdot\left(\hat{x}_1^2-(x(2T_e))^2\right)$$

Relativer Energieverlust: $\frac{\Delta W_Q}{E_0}=\frac{\frac{1}{2}D\cdot\left(\hat{x}_1^2-(x(2T_e))^2\right)}{\frac{1}{2}D\cdot\hat{x}_1^2}=\frac{\hat{x}_1^2-(x(2T_e))^2}{\hat{x}_1^2}$

Für Stokessche Reibung: $\frac{\Delta W_Q}{E_0}=\frac{0,2^2-0,0902^2}{0,2^2}=0,7966\mathrel{\hat{=}}80\%$

Für Coulombsche Reibung: $\frac{\Delta W_Q}{E_0}=\frac{0,2^2-0,1372^2}{0,2^2}=0,5294\mathrel{\hat{=}}53\%$

4a. Resonanzkreisfrequenz:

$$\omega_R = \sqrt{\omega_0^2 - 2\cdot\delta^2} = \sqrt{\frac{D}{m} - 2\cdot\delta^2}$$

$$\omega_0^2 = \frac{D}{m} = \frac{100\cdot 10^3\, kg\, s^{-2}}{2000\, kg} = 50\, s^{-2}$$

$$\omega_R = \sqrt{\frac{100\cdot 10^3\, kg\, s^{-2}}{2000\, kg} - 2\cdot 3^2\, s^{-2}} = 5{,}6568\, s^{-1}$$

Resonanzfrequenz:

$$f_R = \frac{\omega_R}{2\pi} = \frac{5{,}6568\, s^{-1}}{2\pi} = 0{,}9003\, s^{-1}$$

4b. Drehzahl Nr. 1 des Erregers:

$$n = 800\,\min^{-1} = \frac{800}{60\, s} = 13{,}3333 s^{-1}$$

Eigenkreisfrequenz Nr. 1:

$$\omega_{a,1} = 2\pi\cdot n = 2\pi\cdot 13{,}3333\, s^{-1} = 83{,}776\, s^{-1}$$

Amplitude bei $\omega_{a,1}$:

$$x_0\left(\omega_0, \omega_a = \omega_{a,1}, \delta\right) = \frac{f_a}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega_{a,1}^2\right)^2 + \left(2\delta\omega_{a,1}\right)^2}} = 0{,}015 m$$

Drehzahlbereich: $500\,\min^{-1} < n < 1500\,\min^{-1}$

Zu untersuchender Bereich der Eigenkreisfrequenz:

$$52{,}35\, s^{-1} < \omega_{a,2} < 157{,}07\, s^{-1}$$

Amplitude bei $\omega_{a,2}$:

$$x_0\left(\omega_0, \omega_a = \omega_{a,2}, \delta\right) = \frac{f_a}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega_{a,2}^2\right)^2 + \left(2\delta\omega_{a,2}\right)^2}}$$

Es gilt:

$$x_0\left(\omega_0, \omega_a = \omega_{a,2}, \delta\right) = \frac{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega_{a,1}^2\right)^2 + \left(2\delta\omega_{a,1}\right)^2}}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega_{a,2}^2\right)^2 + \left(2\delta\omega_{a,2}\right)^2}} \cdot x_0\left(\omega_0, \omega_a = \omega_{a,1}, \delta\right)$$

$$x_0\left(\omega_0, \omega_a = \omega_{a,2}, \delta\right) = \sqrt{\frac{\left(\omega_0^2 - \omega_{a,1}^2\right)^2 + \left(2\delta\omega_{a,1}\right)^2}{\left(\omega_0^2 - \omega_{a,2}^2\right)^2 + \left(2\delta\omega_{a,2}\right)^2}} \cdot x_0\left(\omega_0, \omega_a = \omega_{a,1}, \delta\right)$$

$$x_0\left(\omega_0, \omega_a = \omega_{a,2}, \delta\right) = \sqrt{\frac{\left(\frac{D}{m} - \omega_{a,1}^2\right)^2 + \left(2\delta\omega_{a,1}\right)^2}{\left(\frac{D}{m} - \omega_{a,2}^2\right)^2 + \left(2\delta\omega_{a,2}\right)^2}} \cdot x_0\left(\omega_0, \omega_a = \omega_{a,1}, \delta\right)$$

Es gilt:

$$x_0\left(\omega_0, \omega_a = \omega_{a,2}, \delta\right) = \sqrt{\frac{\left(50 - 83{,}776^2\right)^2 + \left(2\cdot 3\cdot 83{,}776\right)^2}{\left(50 - 52{,}35^2\right)^2 + \left(2\cdot 3\cdot 52{,}35\right)^2}} \cdot 0{,}015\, m$$

Für $n = 500\,\min^{-1}$: $x_0\left(\omega_0, \omega_a = 52{,}35 s^{-1}, \delta\right) = 0{,}03868\, m$

Für $n = 1500\,\min^{-1}$: $x_0\left(\omega_0, \omega_a = 157{,}07\, s^{-1}, \delta\right) = 0{,}004259\, m$

Abstand zur Wand muss also größer als ~3,9 mm sein.