Experimentalphysik II

Vorlesung FHH: SS 2010

Ulrich J. Schrewe

Themen:

Mechanik fester Körper, ruhender Flüssigkeiten und Gase

Schwingungen

Physik II

Inhalt

1. Mechanik deformierbarer Körper
2. Schwingungen
2a. Ungedämpfte Schwingungen
2b. Gedämpfte Schwingungen
2c. Geschwindigkeitsunahängige Dämpfung
2d. Erzwungene Schwingungen
2e. Gekoppelte Schwingungen

Anhang

Hinweis

Das Unterrichtsmaterials ist über das INTERNET zugänglich:

www.stud.fh-hannover.de/~schrewe

ZIP-Dateien mit HTML-Files und den Pack&Go Power Point Präsentation finden Sie unter:

VOL1/DOCS/MBAU/SCHREWE/...

Fragen (jederzeit) auch per e-mail:

ulrich.schrewe@mbau.fh-hannover.de

Physik II Kapitel 1

1. Mechanik deformierbarer Körper

(verformbare Festkörper,
Flüssigkeiten und Gase)

Zustände der Materie

Feste Körper haben eine feste äußere Gestalt und ein bestimmtes Volumen. Kräfte können die Form ändern. Bei nicht zu großen Kräften ist die Formänderung reversibel.

Flüssigkeiten besitzen ein bestimmtes Volumen aber keine bestimmte Form. Das Volumen kann durch äußere Kräfte (Druck) verändert werden. Bei Rücknahme äußerer Drücke erhält man wieder das Ausgangsvolumen (Volumen-elastizität).

Gase füllen jeden verfügbaren Raum aus. Das Volumen hängt stark vom äußeren Druck ab (Kompressibilität).

Dichte - Massendichte

Das Verhältnis von Masse m zum Volumen V bezeichnet man als Dichte ρ (auch: spezifische Masse)

Dichte = Masse / Volumen $\quad \rho = \frac{m}{V}$

Einheit: $1\ \mathrm{kg\ m^{-3}} = 1 \cdot 10^{3}\ \mathrm{g} \cdot 10^{-6}\ \mathrm{cm^{-3}} = 1 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{g\ cm^{-3}}$

Die Dichte von Wasser ist ~1 g·cm-3. Das ist kein Zufall, sondern bedingt durch die ursprüngliche Definition der Masse, nach der 1 g dem Volumen von 1 cm^3 Wasser bei 4°C entspricht.

Dichte der Elemente (Festkörper): Besonders geringe Dichte hat das Element Li ($\rho_{Li} = 0{,}534\ \mathrm{g\ cm^{-3}}$), die höchste Dichte hat das Element Osmium ($\rho_{Os} = 22{,}59\ \mathrm{g\ cm^{-3}}$). Zwischen diesen beiden Werten liegen die Dichten aller anderen festen Elemente.

Lit. : http://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayMassCoef/tab1.html Lit.: http://de.wikibooks.org/wiki/Tabellensammlung_Chemie/_Dichte_fester_Stoffe

Dichte: Beispiele

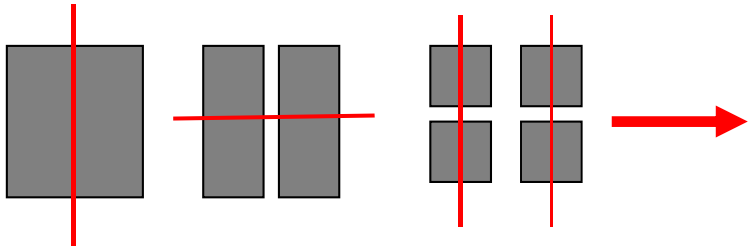
Stoff (fest)	ρ / g cm^{-3}
Fichtenholz	~0,5
Lithium	0,535
Eis bei 0°C	0,917
Magnesium	1,738
Aluminium	2,71
Gusseisen	~7,2
Eisen (rein)	7,86
Stahl unlegiert	7,85
Kupfer	8,92 - 8,96
Bismut	9,8
Blei	11,34
Gold	19,302
Uran	19,05
Wolfram	19,27
Platin	21,45
Osmium	22,61

Stoff (flüssig)	ρ / g cm^{-3}
Ottokraftstoff	0,75
Methanol	0,79
Spiritus	0,83
Dieselkraftstoff	0,83
Aluminium	2,71
Wasser bei 3,98°C	0,999975
Wasser bei 0°C	0,99984
Wasser bei 20°C	0,9982
Wasser bei 100°C	0,95835
Meerwasser	1,02 - 1,03
Schweres Wasser	1,11
Schwefelsäure	1,834
Dijodmethan	3,233
Quecksilber	13,595

Quelle: http://de.wikibooks.org/w/index.php

Stoff (gasförmig)	ρ / kg m^{-3}	ρ/ρ_{H2}
Wasserstoff - H_2	0,08988	1,0
Helium - He	0,178	2,0
Methan - CH_4	0,717	8,0
Neon - Ne	0,84	9,3
Wasserdampf bei 100°C - H_2O	0,598	6,7
Stickstoff - N_2	1,251	13,9
Luft	1,293	14,4
Sauerstoff - O_2	1,429	15,9
CO_2	1,977	22,0
Krypton - Kr	3,479	38,7
Radon - Rn	9,73	108,3

Dichtewerte abschätzen



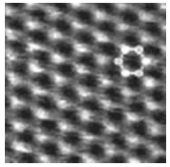
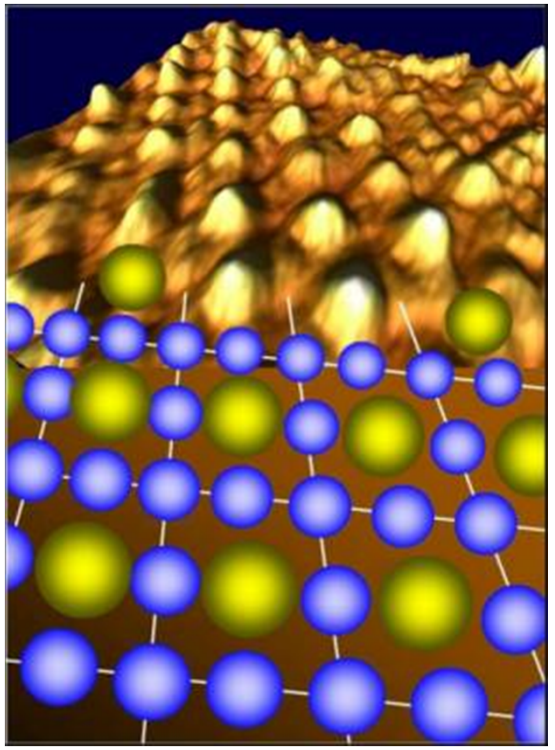


Bild Raster-tunnel-mikroskop

Atome einer Co_{30} Fe_{70} Legierung



Wenn ein Körper eine homogene Massenverteilung besitzt, führen Teilungsvorgänge nicht zu Änderungen der Dichte eines Teilkörpers.

Der Quotient $\rho = m/V$ ist unabhängig von V.

Am Ende der Teilungskette erreicht man Volumina, die nur noch ein Atom enthalten.

Folgerung: Die Dichte des Körpers ist näherungsweise gleich der Dichte des einzelnen Atoms.

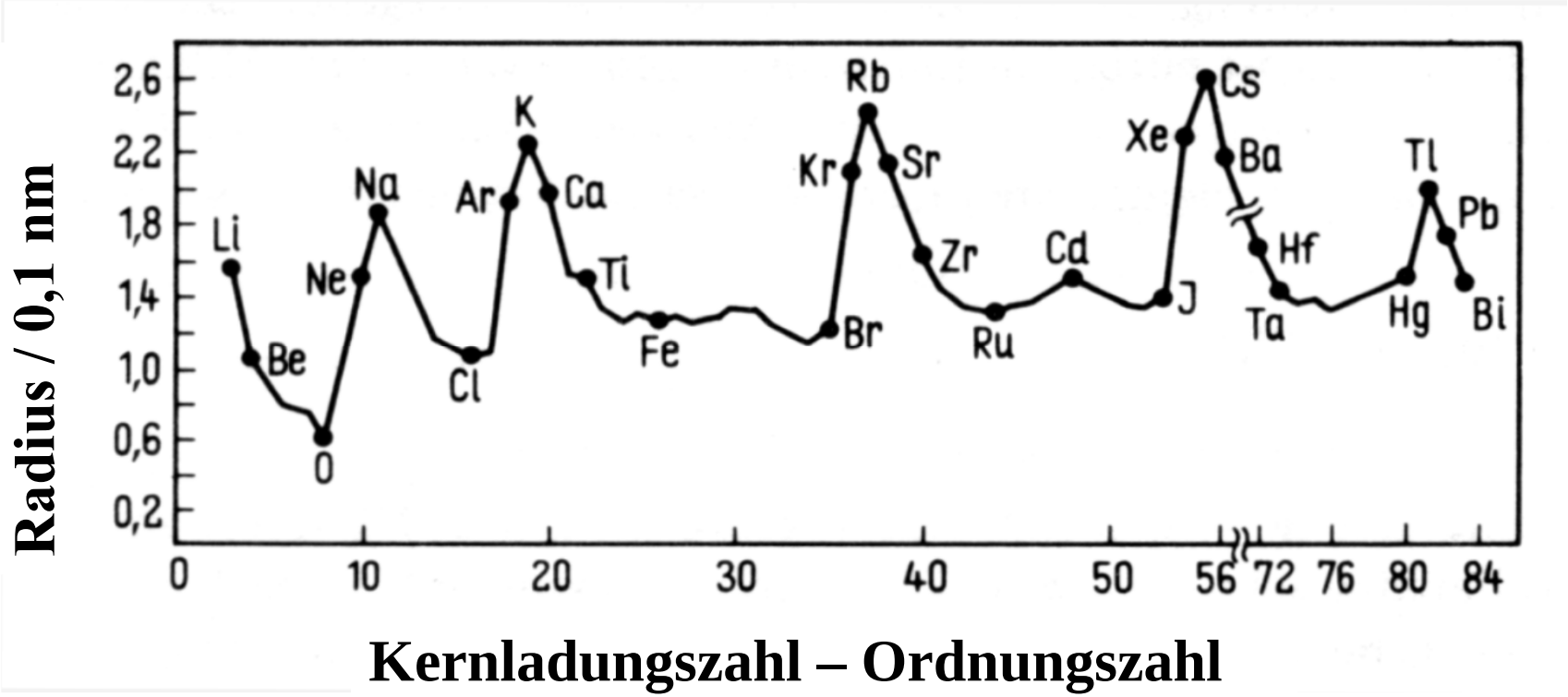
$$\rho \cong \frac{m_{Atom}}{V_{Atom}} \sim \frac{A_{rel}}{V_{Atom}}$$

wenn V_{Atom} = konst.

$$\rho \sim A_{rel}$$

Quelle: //www.uni-mainz.de/FB/Physik/Magnetismus/Magnetismus/Gallery

Systematik der Atomradien



Kernladungszahl – Ordnungszahl

Mehrheitlich liegen die Atomradien zwischen 0,10 – 0,15 nm. Nur die Atome bestimmter Hauptgruppen des Periodensystems sind größer.

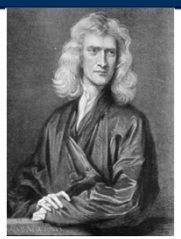
Für die Mehrzahl gilt: $V_{\mathrm{Atom}} \sim$ konst.

Periodensystem der Elemente

R_{at} groß $R_{at} \sim 0{,}10 - 0{,}15$ nm R_{at} groß

Merkregel: Atome sind fast gleich groß. Elemente der Hauptgruppen 1, 2 und 8 sind deutlich größer als die Nachbarelemente

Durchschlagskraft und Dichte

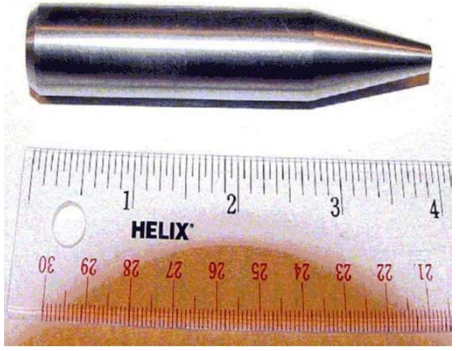


Isaac Newton 1642-1726

Newton beschäftigte die Frage, wodurch die Eindringtiefe (3) eines Geschosses in einem Medium (2) der Dichte ρ_2 bestimmt wird. Seine Antwort war, dass es weniger von der Härte, als vielmehr von der Dichte ρ_1 des Geschosses (1) und der Geschosslänge (4) abhängt. http://de.wikipedia.org/wiki/Durchschlagskraft

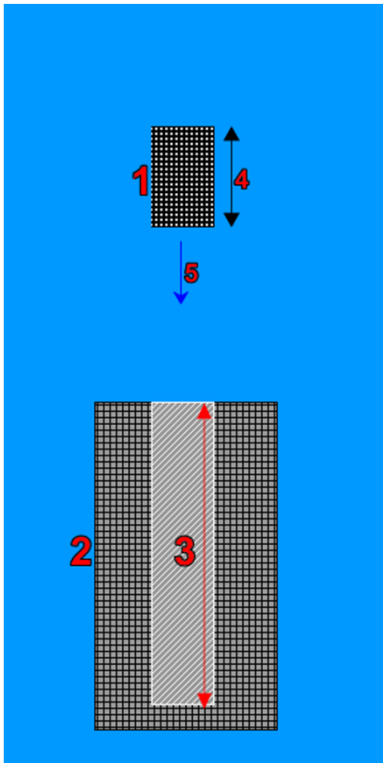
Der Ansatz basiert auf dem Energieerhaltungssatz. Damit das Geschoss eindringen kann, muss der Kanal der Tiefe (3) freigeräumt werden. Die Energie dafür muss das Geschoss beisteuern.

$$E_2 = \tfrac{1}{2}\cdot m_2 \cdot v^2 = \tfrac{1}{2}\cdot\left(A\cdot L\cdot \rho_2\right)\cdot v^2 = \tfrac{1}{2}\cdot\left(A\cdot l\cdot \rho_1\right)\cdot v^2 = E_1$$

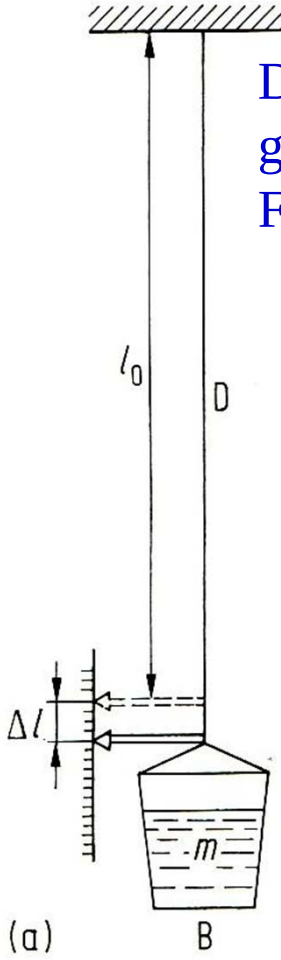


Es folgt: $\dfrac{L}{l} \approx \dfrac{\rho_1}{\rho_2}$

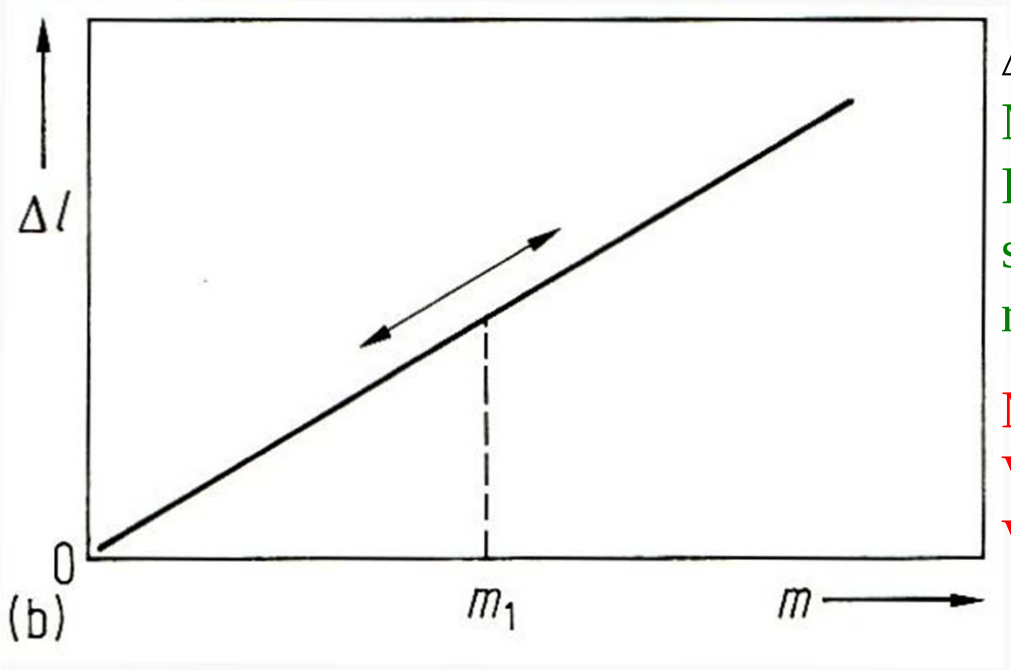
Urankernmunition: l = 10 cm kann Stahl der Dicke L =(19/8)·10 cm = 24 cm durchschlagen



Elastische Verformung



Der Draht D mit der Länge l_0 soll mit Hilfe eines angehängten Wassergefäßes gedehnt werden. Man beobachtet eine Längeänderung Δl als Funktion der Gewichtskraft $F = m \cdot g$.



Δl als Funktion der Masse m bzw. der Kraft $F = m \cdot g$ verhält sich linear und reversibel.

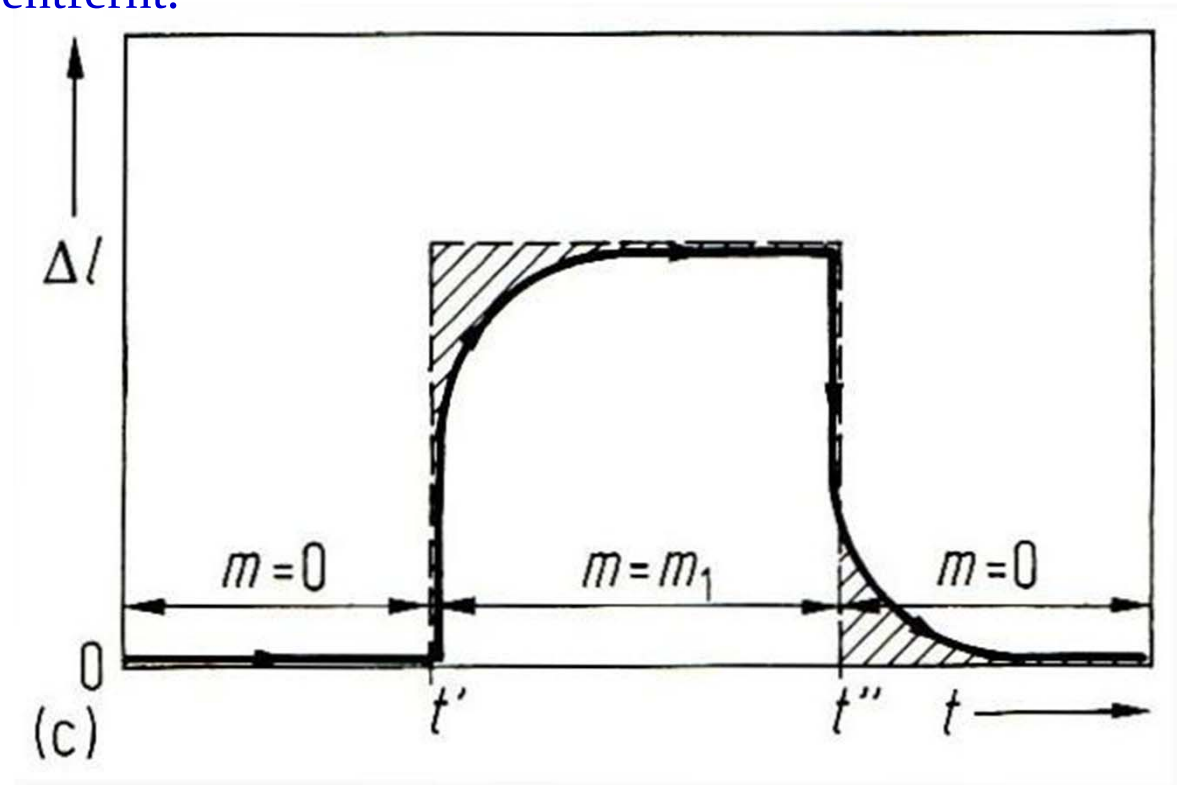
Man nennt das Verhalten elastische Verformung.

Quelle: Bergmann Schaefer Lehrbuch der Experimentalphysik I, 11. Aufl. 1998

Anelastische Verformung

Bei manchen Körpern zeigt sich die maximale Längenänderung erst nach einer zeitlichen Verzögerung nach Anhängen bzw. Entfernen der Last. Im Beispiel wird bei *t*' die Last angehängt und bei *t*'' entfernt.

Man nennt dieses Verhalten anelastisch. Oft ist es schwer beobachtbar und wird erst bei sehr zeitgenauen Messungen erkennbar.
Beispiel: Einkristallines Eisen mit geringem Kohlenstoff - anteil.

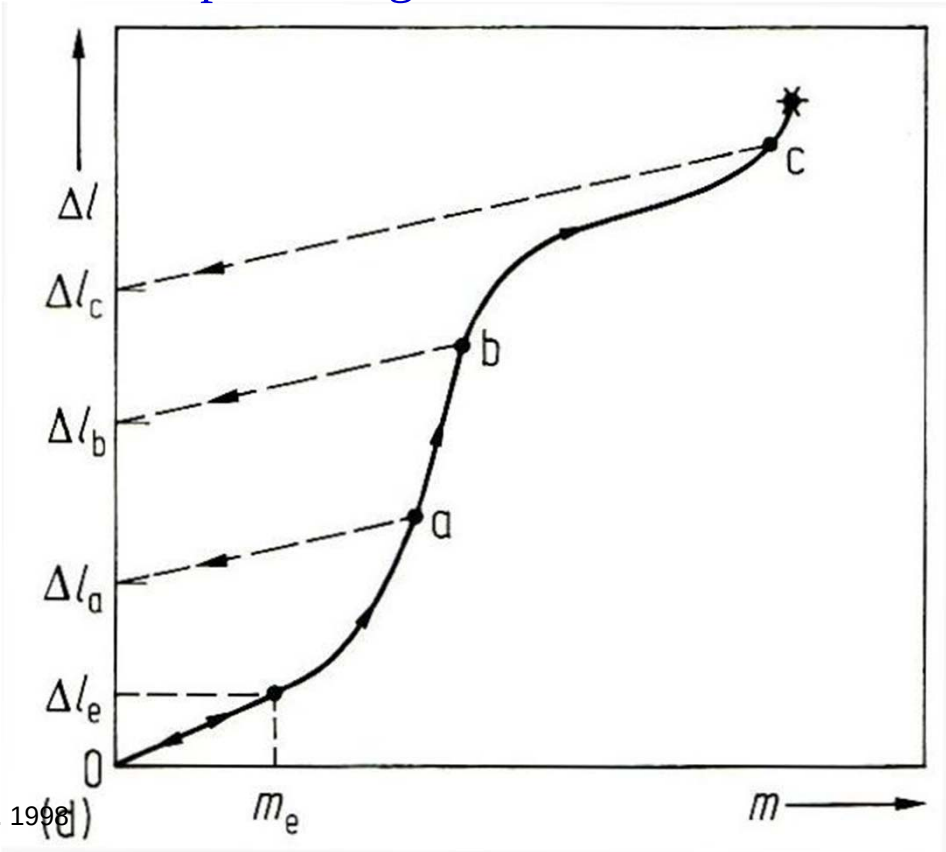


Quelle: Bergmann Schaefer Lehrbuch der Experimentalphysik I, 11. Aufl. 1998

Plastische Verformung

Sind die angreifenden Kräfte groß genug, können alle Stoffe zerreißen. Zwischen dem Bereich des elastischen Verhaltens und dem Zerreißpunkt liegt ein Bereich mit plastischem Verhalten.

Bis zur Längenänderung Δl_e wird der Körper elastisch verformt. Bei Kupfer oder Eisendraht ist $\Delta l e/l_0 \sim 1\%$. Bei Δl_e wird die Elastizitätsgrenze erreicht und die plastische Verformung beginnt. Beim Wegnehmen der Kraft in den Punkten a, b und c geht die Längenänderung entlang der gestrichelten Wege zurück. * ist der Zerreißpunkt.

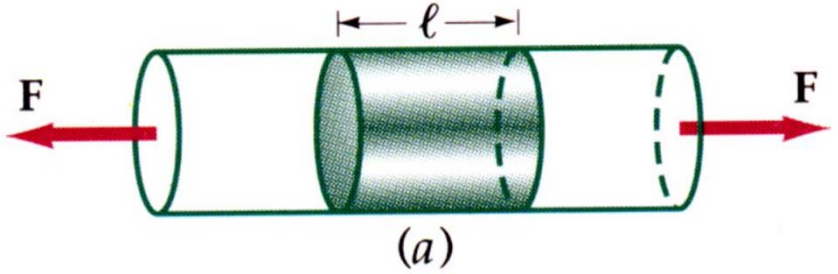


Quelle: Bergmann Schaefer Lehrbuch der Experimentalphysik I, 11. Aufl. 1998

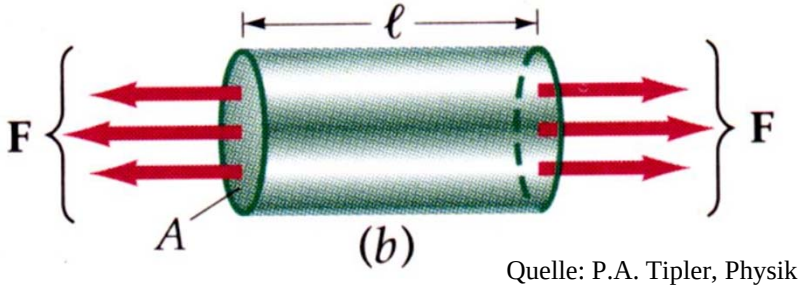
Spannung und Dehnung

Eine wesentliche Eigenschaft von Festkörpern ist, dass die Dichte (praktisch) konstant bleibt, auch bei Verformungen. Wirken an einem Körper der Länge l, und der Querschnittsfläche A die Zugkräfte F, so kommt es nicht nur zu einer Längenänderung Δl sondern auch zur Querschnittsverkleinerung. Statt Kraft und Längenänderung verwendet man die physikalischen Größen Spannung und Dehnung.

Zugspannung: $$\sigma = \frac{F}{A}$$



Dehnung: $$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$



Quelle: P.A. Tipler, Physik 3. Aufl. 1994

Elastizitätsmodul *E*

Robert Hook
1635 - 1703

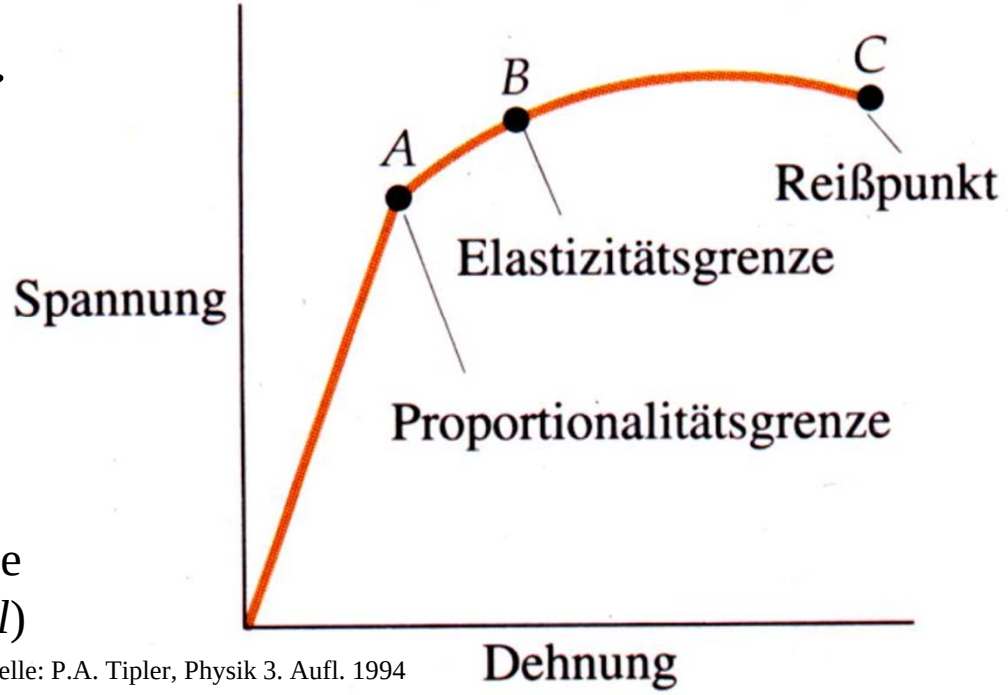
Hooksches Gesetz: Bis zum Punkt A ist die Zugspannung σ proportional zur Dehnung ε (Proportionalitätsgrenze) . Ab Punkt B wird der Körper plastisch verformt (Elastizitätsgrenze).

Hooksches Gesetz: $\sigma = E \cdot \varepsilon$

Elastizitätsmodul: $E = \dfrac{F/A}{\Delta l/l}$

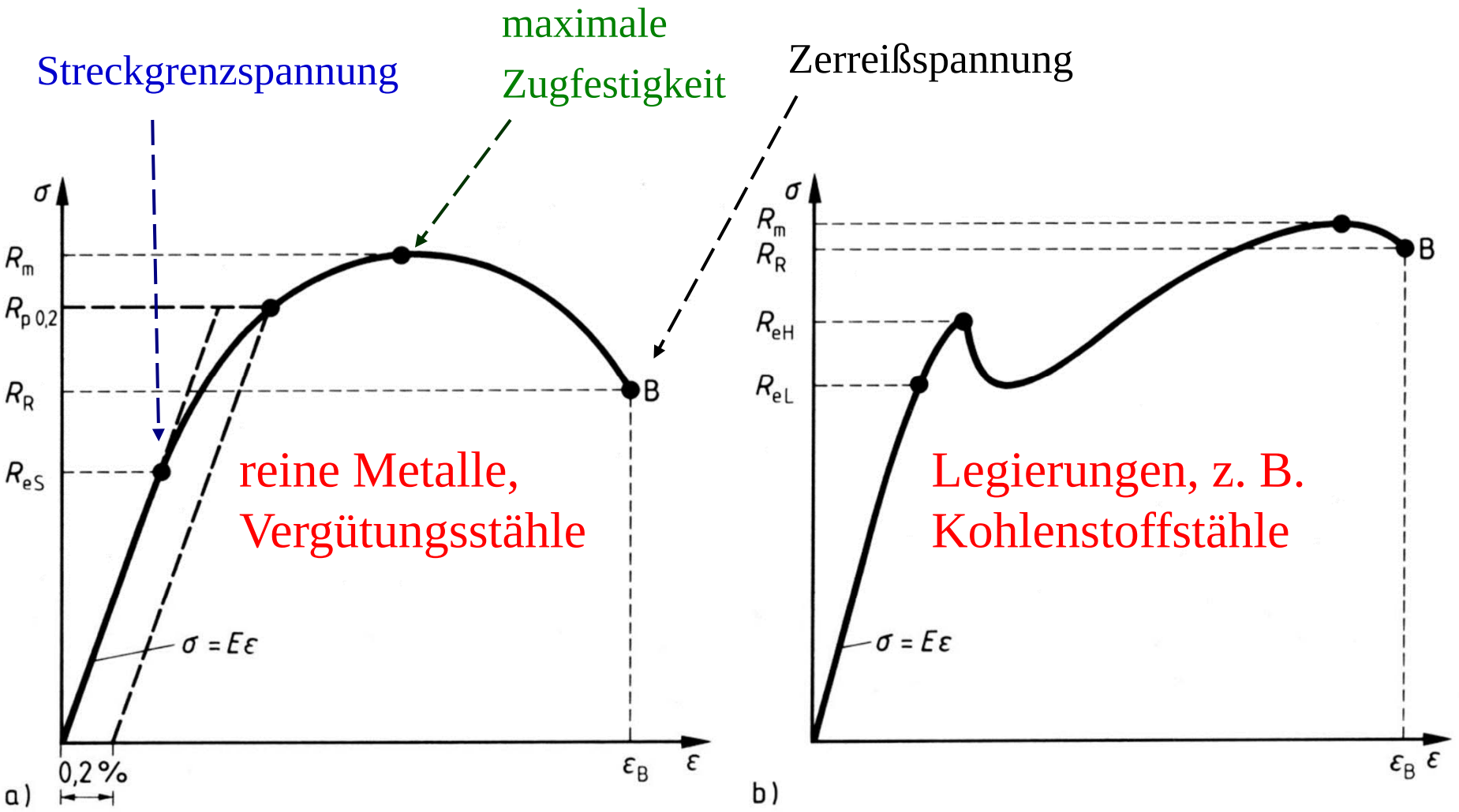
Einheit von *E*: 1 $\mathrm{N \cdot m^{-2}}$

Der E-Modul hat ähnliche Bedeutung wie eine Federkonstante *D*. Es gilt: $D = E(A/l)$



Quelle: P.A. Tipler, Physik 3. Aufl. 1994

Spannung – Dehnung



Schubmodul *G*

Wird der Boden eines Massequaders festgehalten und wirkt dann eine Kraft F_S parallel zur Bodenfläche, so nennt man die entstehende Verformung eine Scherung. Das Verhältnis der Scherkraft F_S zur Fläche A heißt Scherspannung τ.

Scherspannung: $\tau = \dfrac{F_S}{A}$

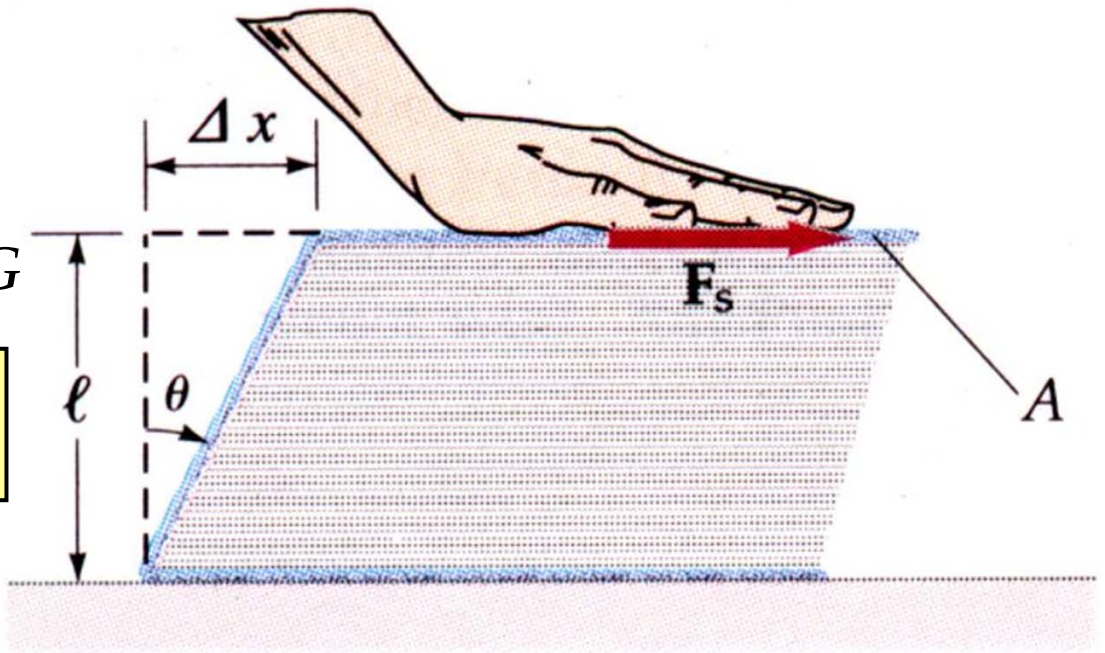
Scherung: $\gamma = \dfrac{\Delta x}{l} = \tan\theta$

Schub- oder Torsionsmodul G

$$G = \frac{\tau}{\gamma} = \frac{F_S / A}{\Delta x / l}$$

Einheit von G: $1\ \mathrm{N \cdot m^{-2}}$

Es gilt: $\tau = G \cdot \gamma$



Quelle: P.A. Tipler, Physik 3. Aufl. 1994

Druck *p*

Die Definition des Drucks entspricht der Definition der Spannung, allerdings zeigt der Kraftvektor in die umgekehrter Richtung.
Wirkt senkrecht auf eine Fläche A eine flächenhaft verteilte Kraft F, so bezeichnet man das Verhältnis von F durch A als Druck p.

$$p = \frac{F}{A}$$

Die Einheit von p ist: 1 Pa = 1 $N \cdot m^{-2}$. (Pascal)
Die Einheit Pascal kann auch als Einheit für die Spannung σ verwendet werden.

Der Normalluftdruck in Meereshöhe: 1013,25 hPa.
Der Druck entspricht der Gewichtskraft eines 10,333 m $\cdot$1 m^2 großen Quaders gefüllt mit Wasser, der auf die Fläche von 1 m^2 wirkt. Man kann die Gesamtmasse der Atmosphäre in einfacher Weise abschätzen: $m_{At} = A_{Erde} \cdot 10{,}333\ m \cdot \rho_{Wasser}$.
Die Erdoberfläche ist $A_{Erde} = 4\pi \cdot R_E^2$ mit dem mittlerer Erdradius: $R_E = 6371$ km.
$m_{At} = 4\pi \cdot 6371^2\ km^2 \cdot 10{,}333\ m \cdot 1000\ kg\ m^{-3} = 5{,}3 \cdot 10^{18}$ kg.
Vergleich mit dem Wasser der Weltmeere: $m_{Wasser} = 1{,}4 \cdot 10^{21}$ kg. Verhältnis 1 : 264

Ältere oder andere Druckeinheiten

Beschreibung	Bezeichnung		Bemerkung
SI-Einheiten	1 Pa	1 $N \cdot m^{-2}$	Kraft 1 N bezogen auf 1 m^2
	1 bar	10^5 Pa	orientiert an 1 at bzw. 1 atm
Technische Atmosphäre	1 at	1 $kp \cdot cm^{-2}$	Kraft 1 kp bezogen auf 1 cm^2
Technische Atmosphäre Überdruck	1 atü	1 atü = 1 at - 1	1 at minus Eins
Physikalische Atmosphäre	1 atm	760 Torr	Druck der Standardatmosphäre
Höhe Quecksilbersäule in mm	1 Torr	1 mm Hg	Quecksilbermanometer
Höhe Quecksilbersäule in inch	1 inHg	1 inch Hg	Quecksilbermanometer
Höhe Wassersäule	1 mWS	1 m Wassersäule	Wassermanometer
Englisch/amerikanische Einheit (1 lb.p.sq.in.)	1 psi	1 lb per sq.inch	1 lb = 0,435 592 370 kg 1 inch = 2,54 cm 1 sq.inch = 6,4516 cm^2

Die eigentliche SI-Einheit des Drucks (und der Spannung) ist 1 Pa. In der Europa kann neben der Einheit 1 Pa auch die Einheit 1 bar verwendet werden.

Umrechnung der Druckeinheiten

Zur Umrechnung kann die Tabelle verwendet werden.

	1 Pa	1 bar	1 mbar	1 at	1 atm	1 Torr	1 inHg	1 mWS	1 psi
1 Pa	1	$1{,}0000\cdot10^{-5}$	0,01	$1{,}0197\cdot10^{-5}$	$9{,}8692\cdot10^{-6}$	$7{,}5008\cdot10^{-3}$	$2{,}9530\cdot10^{-4}$	$1{,}0197\cdot10^{-4}$	$1{,}4504\cdot10^{-4}$
1 bar	$1{,}0000\cdot10^{5}$	1	1000	1,0197	0,98692	750,08	29,530	10,197	14,504
1 mbar	$1{,}0000\cdot10^{2}$	$1{,}0000\cdot10^{-3}$	1	$1{,}0197\cdot10^{-3}$	$9{,}8692\cdot10^{-3}$	0,75008	$2{,}9530\cdot10^{-2}$	$1{,}0197\cdot10^{-2}$	$1{,}4504\cdot10^{-2}$
1 at	$9{,}8067\cdot10^{4}$	0,98067	$9{,}8067\cdot10^{2}$	1	0,9678	735,57	28,959	10,000	14,223
1 atm	$1{,}0133\cdot10^{5}$	1,0133	$1{,}0133\cdot10^{3}$	1,0333	1	760,00	29,923	10,333	14,696
1 Torr	$1{,}3332\cdot10^{2}$	$1{,}3332\cdot10^{-3}$	1,3332	$1{,}3595\cdot10^{-3}$	$1{,}3157\cdot10^{-3}$	1	$4{,}0982\cdot10^{-2}$	$1{,}3595\cdot10^{-2}$	$1{,}9336\cdot10^{-2}$
1 inHg	$3{,}3864\cdot10^{3}$	$3{,}3864\cdot10^{-2}$	33,864	$3{,}4531\cdot10^{-2}$	$3{,}3419\cdot10^{-2}$	24,401	1	0,34531	0,49115
1 mWS	$9{,}8067\cdot10^{3}$	$9{,}8067\cdot10^{-2}$	98,067	0,10000	$9{,}6780\cdot10^{-2}$	73,558	2,8959	1	1,4223
1 psi	$6{,}8948\cdot10^{3}$	$6{,}8948\cdot10^{-2}$	68,948	$7{,}0307\cdot10^{-2}$	$6{,}8044\cdot10^{-2}$	51,716	2,036	0,70307	1

Standarddruck: 1 atm = 1013,25 hPa = 1,01325 bar = 1013,25 mbar = 1,0333 at = 0,0333 atü = 760 Torr = 29,923 inHg = 10,333 mWs = 14,696 psi

Kompressionsmodul K
Kompressibilität κ

Die Druckänderung dp auf einem Körper erzeugt die Volumenänderung dV. Druckänderung dp und relative Volumenänderung dV/V sind proportional. Der Quotient wird Kompressionsmodul K genannt. Der Kehrwert von K heißt Kompressibilität κ.

Kompressionsmodul: $$K = -\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}V/V}$$

Einheit von K: $1\ \mathrm{N \cdot m^{-2}}$

Kompressibilität: $$\kappa = \frac{1}{K} = -\frac{\mathrm{d}V/V}{\mathrm{d}p}$$

Einheit von κ: $1\ \mathrm{N^{-1} \cdot m^{2}}$

Elastische Konstanten

Stoff	E-Modul	Schubmodul	Kompressions-modul
	E / GN m^{-2}	G / GN m^{-2}	K / GN m^{-2}
Wolfram	410	150	300
Stahl	200	80	170
Kupfer	125	47	140
Gold	80	30	180
Aluminium	70	27	75
Blei	20	7	44
Diamant	1000	-	-
Beton	42	-	-

Näherung:
Bei isotropen Körpern ist der Kompressions-modul ungefähr gleich dem E-Modul.
Der Wert des E-Moduls ist ein Maß für die Materialhärte.

$1\ \mathrm{GN\ m^{-2}} = 1\ 10^{9}\ \mathrm{N\ m^{-2}} = 1\ 10^{3}\ \mathrm{N\ mm^{-2}} = 1\ \mathrm{kN\ mm^{-2}}$

Quelle: Bergmann Schaefer Lehrbuch der Experimentalphysik I, 11. Aufl. 1998

Atomistisches Bild

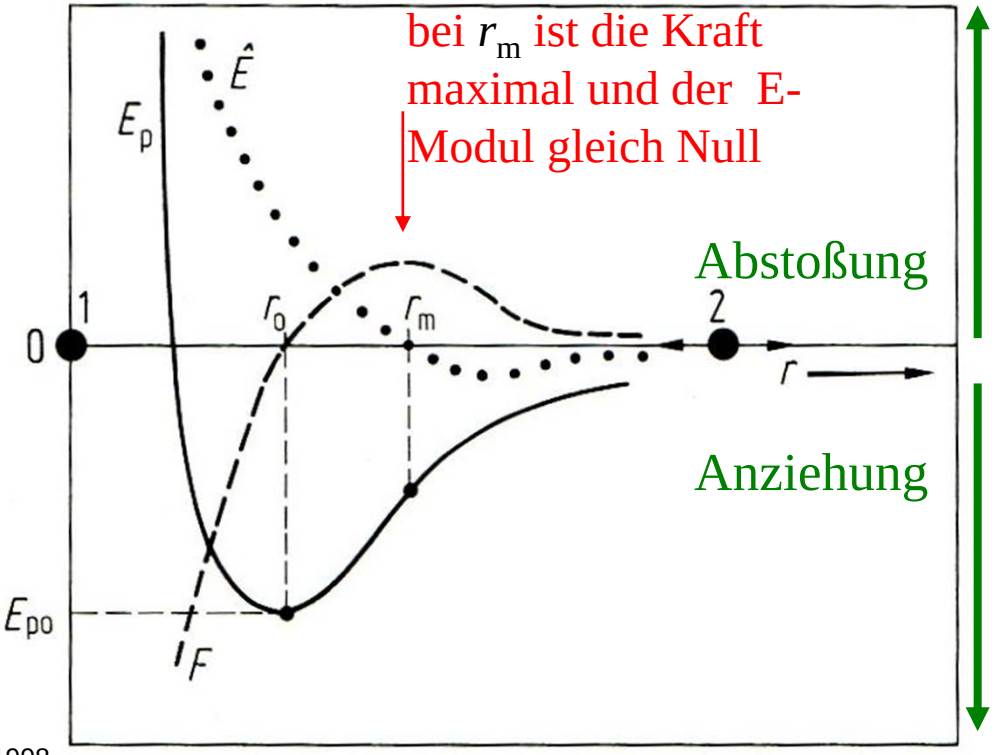
Die potentielle Energie $E_P(r)$ zweier Atom als Funktion des Abstands r der beiden Atome kann in Form des Lennard-Jones-Potentials beschrieben werden. Kräfte entsprechen der neg. Steigung der Potentialkurve.

$$F = -\frac{dE_P}{dr}$$

Bei r_m erreicht die Kraft ein Maximum. Bei $r > r_m$ wird der elastische Bereich überschritten.

Lennard-Jones-Potential

$$E_P(r) = b\left[\left(\frac{a}{r}\right)^{12} - \left(\frac{a}{r}\right)^{6}\right]$$

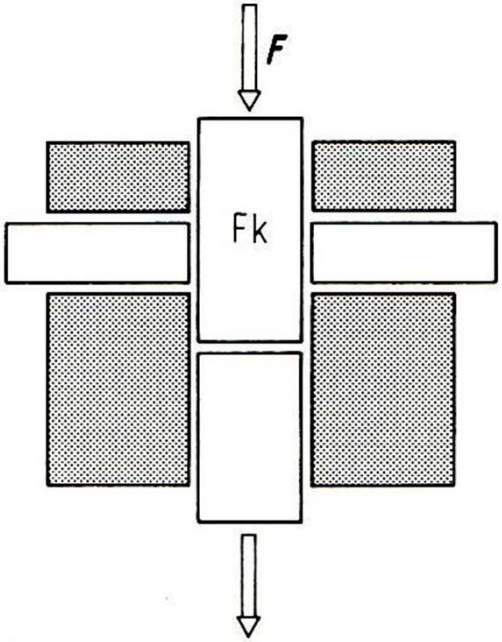


Quelle: Bergmann Schaefer Lehrbuch der Experimentalphysik I, 11. Aufl. 1998

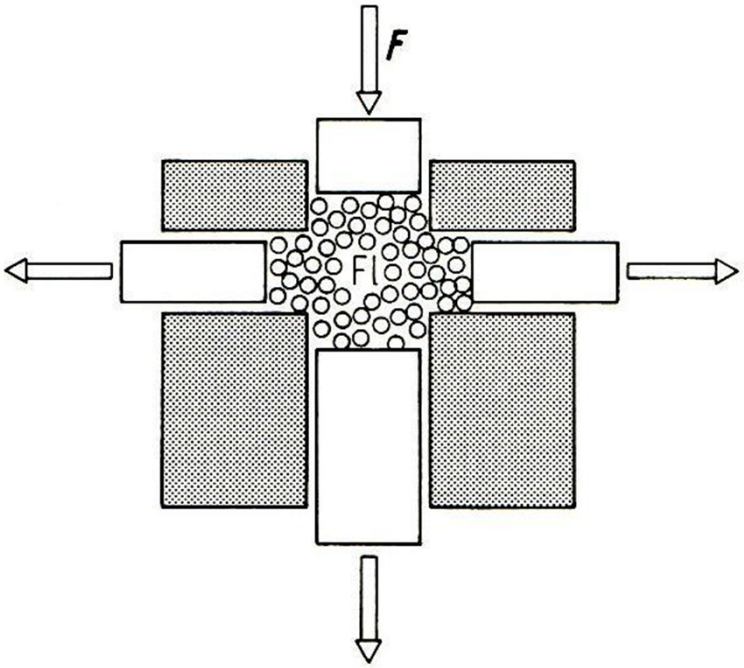
Druckverteilung - Isotropie

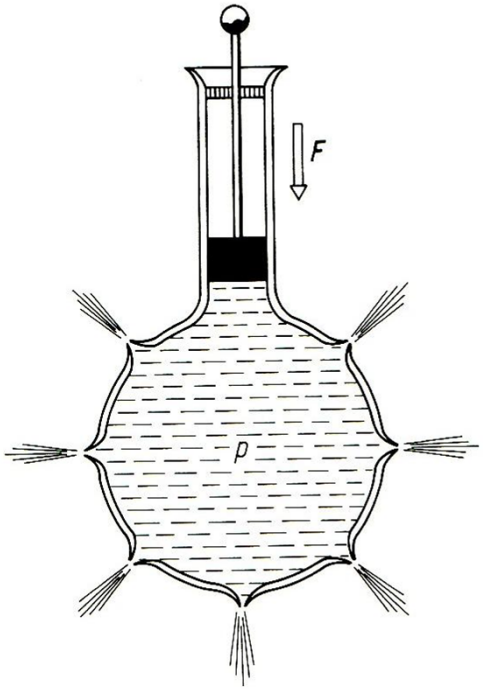
Blaise Pascal
1623 - 1662

Festkörper



Flüssigkeit





Im Gegensatz zum Festkörper verteilt sich der Druck in der Flüssigkeit allseitig. Man nennt dies die Isotropie des Druckes

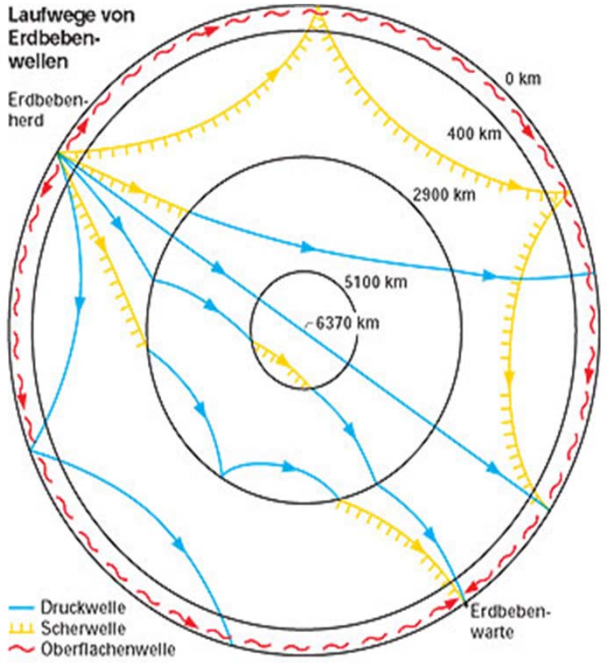
Einfacher Versuch zum Nachweis der Isotropie

Quelle: Bergmann Schaefer Lehrbuch der Experimentalphysik I, 11. Aufl. 1998

Druck in Flüssigkeiten

Im Festkörper kann man Zug-, Druck- und Scherspannungen haben. In Flüssigkeiten existieren keine Scherspannungen.

Flüssigkeiten können Behälter beliebiger Form ausfüllen. Taucht man einen Körper in eine Flüssigkeit, so wirken Kräfte allseitig auf die Oberfläche des Körpers.(Isotropie) Flüssigkeiten üben auch Kräfte auf die Behälterwände aus.



Die Beschreibung des Erdinneren als fester Kern, flüssigem Kern und zähplastischem Mantel leitet sich aus Beobachtungen von Erdbebenwellen ab. Im flüssigen Teil des Kern werden keine Scherwellen beobachtet. Daher die Bezeichnung "flüssig".

Druck einer Flüssigkeitssäule

Die Masse m einer Flüssigkeitssäule mit Grundfläche A und Höhe h ist:

$$m = \rho \cdot V = \rho \cdot A \cdot h$$

Die Gewichtskraft beträgt:

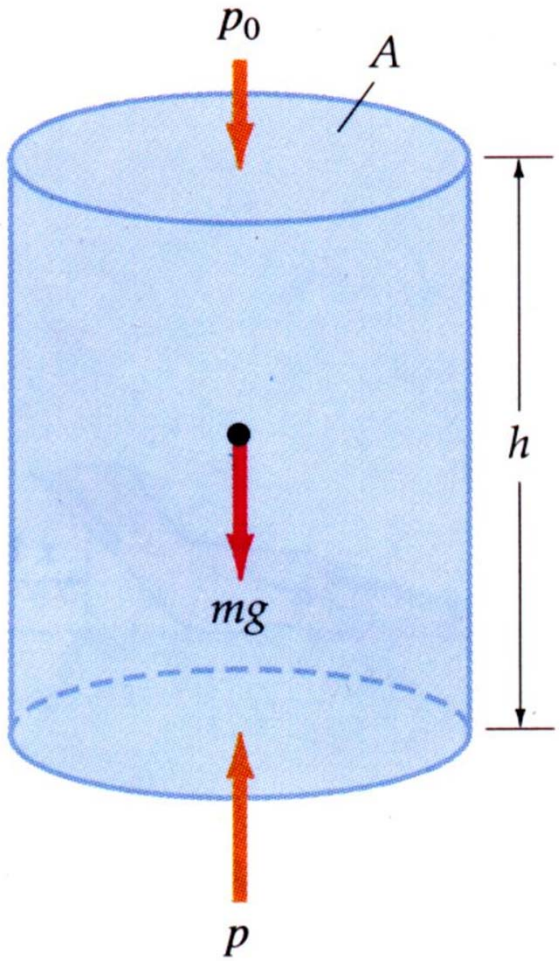
$$F_G = m \cdot g = \rho \cdot A \cdot h \cdot g$$

Kraft durch die gesamten Säule ist:

$$F = p \cdot A = \rho \cdot A \cdot h \cdot g + p_0 \cdot A$$

Druck am Boden der Säule:

$$p(h) = \rho \cdot g \cdot h + p_0$$



Druck in einer Flüssigkeit

Der Absolutdruck in der Tiefe h einer Flüssigkeit ergibt sich aus dem Druck, der durch die Gewichtskraft der Flüssigkeitssäule oberhalb erzeugt wird ($\rho \cdot g \cdot h$ = Schweredruck oder Tiefendruck) und dem äußeren Druck p_0.

Der Absolutdruck ist immer positiv. Ein Relativdruck (Druckdifferenz) kann positiv oder negativ sein.

Der Druck ist unabhängig von der Form des Gefäßes und er ist für alle Punkte in der Tiefe h gleich groß.

Ändert man p_0, so ist die Änderung sofort überall in der Flüssigkeit gleich groß. (Pascalsches Prinzip)

Genau genommen pflanzen sich Druckänderungen mit Schallgeschwindigkeit fort.

Hydrostatischer Kraftwandler

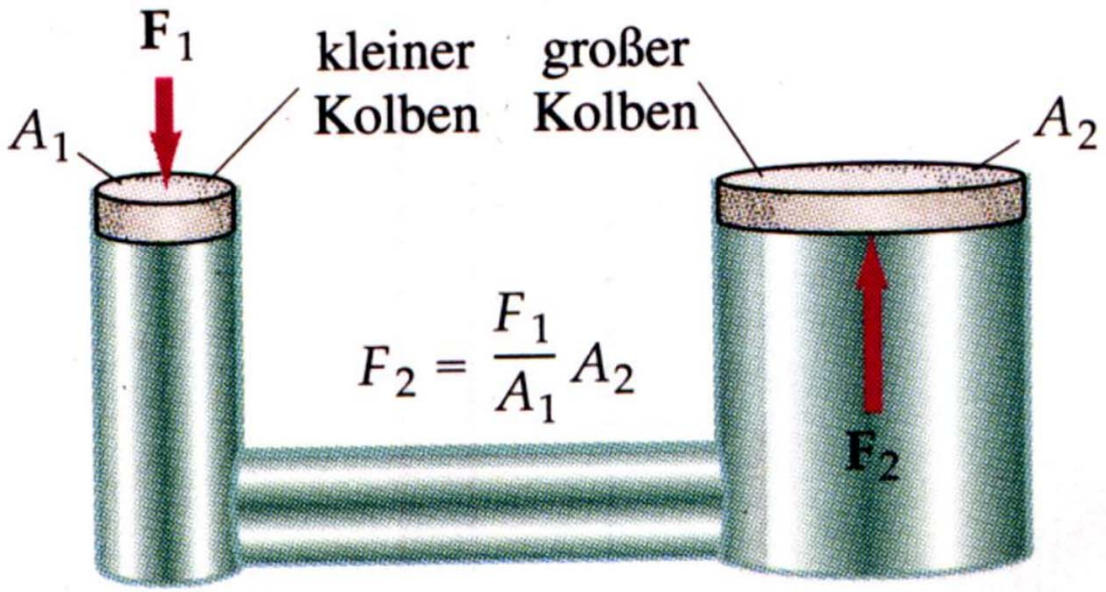
Die Kraft F_1 auf den kleinen Kolben bewirkt eine Druckerhöhung in der Flüssigkeit um $\Delta p = F_1/A_1$.

Auch im großen Kolben steigt der Druck um $\Delta p = F_2/A_2$.

Die Kraft F_2, die auf den großen Kolben wirkt ist $F_2 = \Delta p \cdot A_2$. Es gilt:

$$\Delta p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$F_2 = \frac{A_2}{A_1} \cdot F_1$$



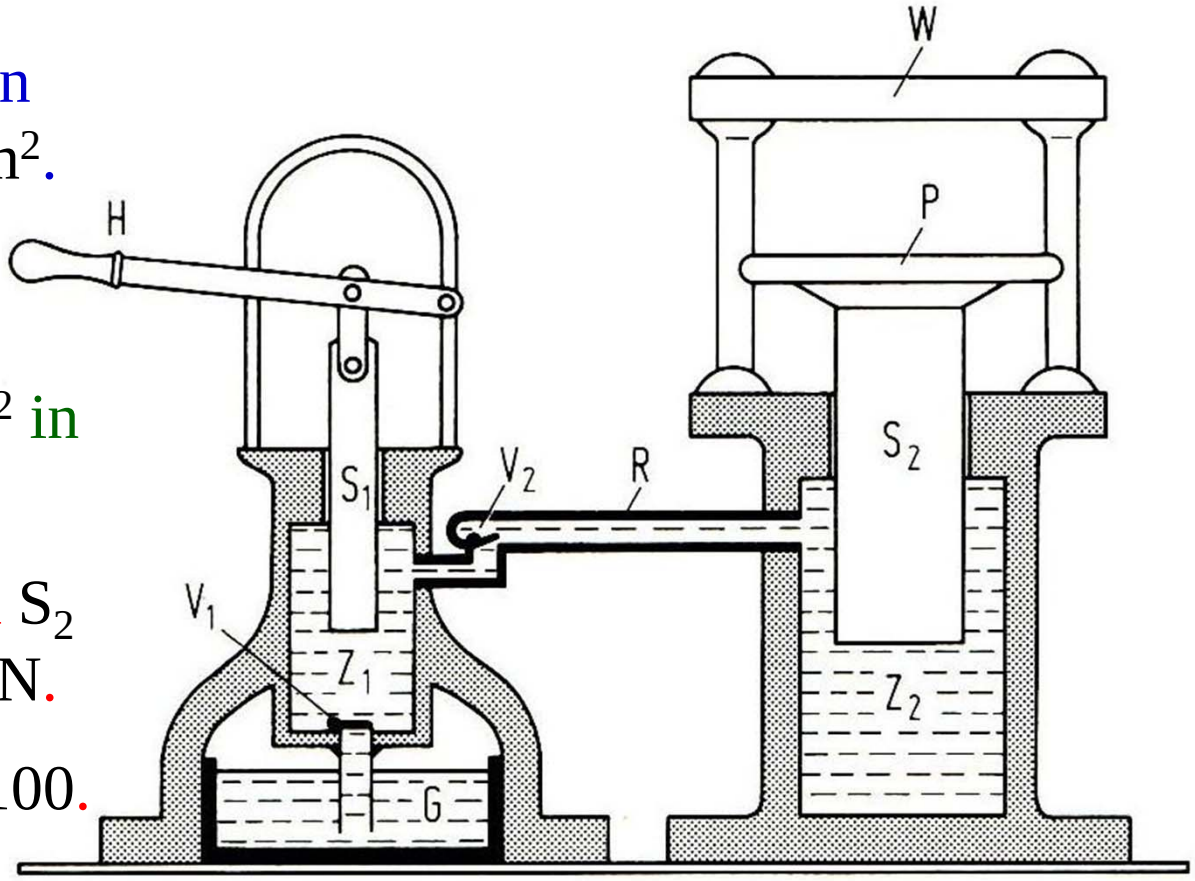
Hydraulische Presse

Der Kolben S_1 habe die Fläche $A_1 = 1\ cm^2$, Kolben S_2 die Fläche $A_2 = 100\ cm^2$.

Die Kraft $F_1 = 10$ N auf Kolben S_1 erzeugt einen Druck von $p = 10\ N \cdot cm^{-2}$ in den Zylindern Z_1 und Z_2.

Die Kraft auf den Kolben S_2 beträgt $F_2 = p \cdot A_2 = 1000$ N.

Kraftverstärkungsfaktor 100.

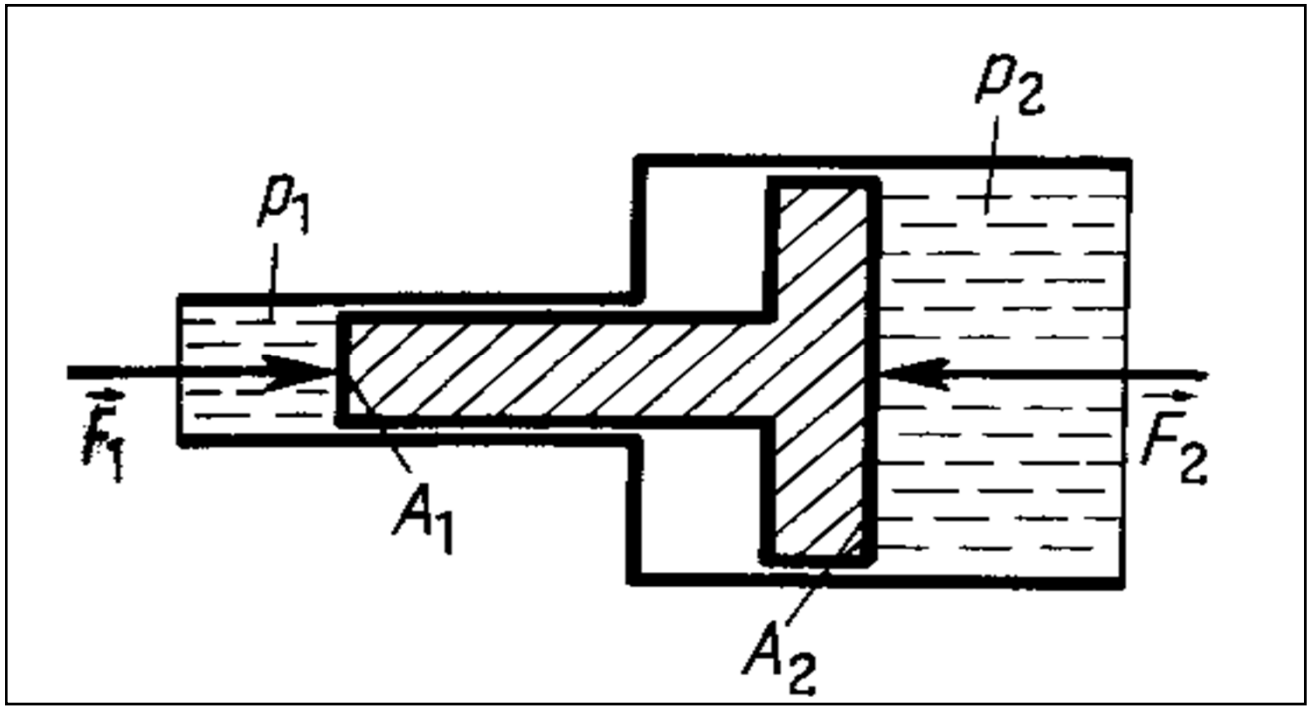


Quelle: Bergmann Schaefer Lehrbuch der Experimentalphysik I, 11. Aufl. 1998

Hydraulischer Kolben

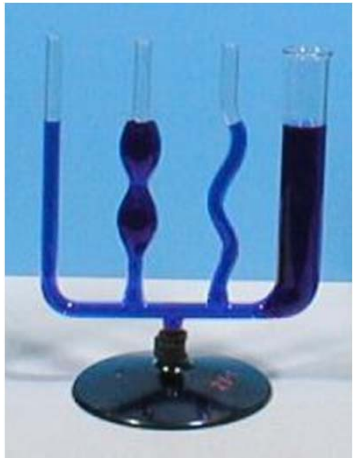
Mit dem hydraulischen Kolben können Drücke umgesetzt werden.
Die Kraft F ist auf beiden Seiten des Kolbens gleich.
Da F = konst., $A_1 < A_2$, und $F = p_1 \cdot A_1 = p_2 \cdot A_2$ folgt: $p_1 > p_2$.

Kfz-Druckwandler

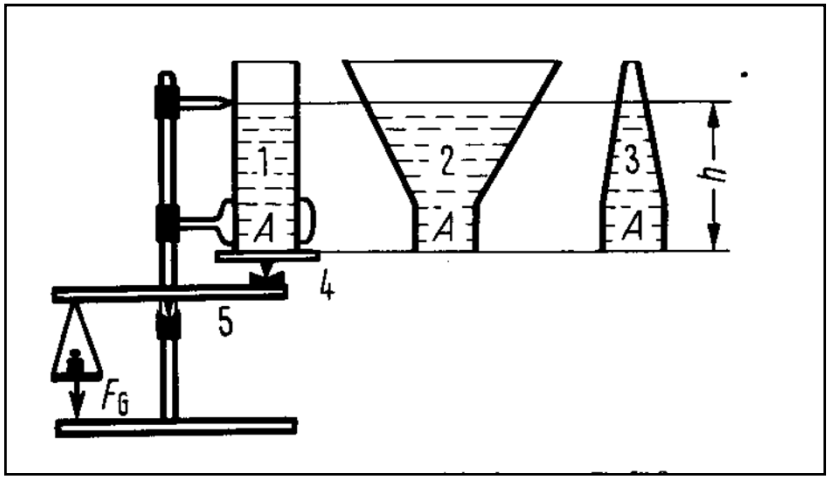


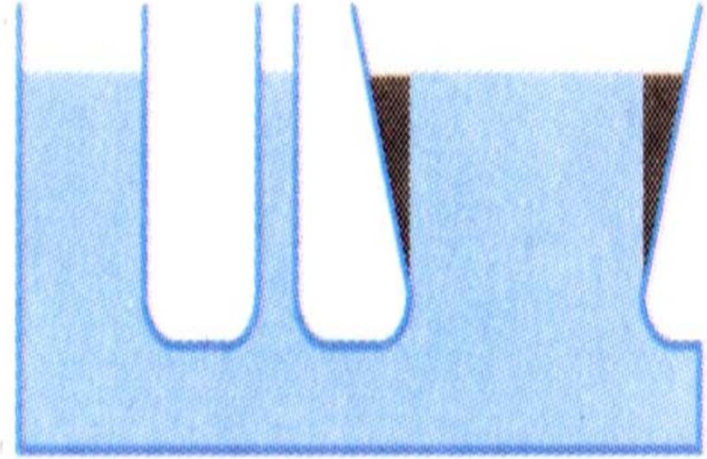
Tiefendruck

Bei alle Gefäßformen herrscht gleicher Bodendruck.



Der Druck hängt nur von der Tiefe ab, obwohl die Behälter bezogen auf die Bodenfläche unterschiedliche Massen enthalten. Beim Behälter unten rechts wird die Kraft, die durch die dunkel gezeichneten Volumina erzeugt wird, vollständig durch die Wand kompensiert.



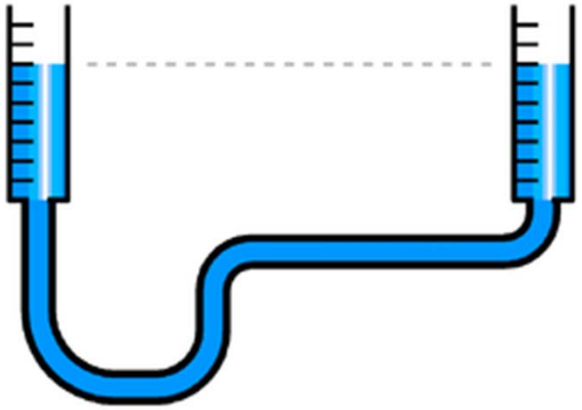


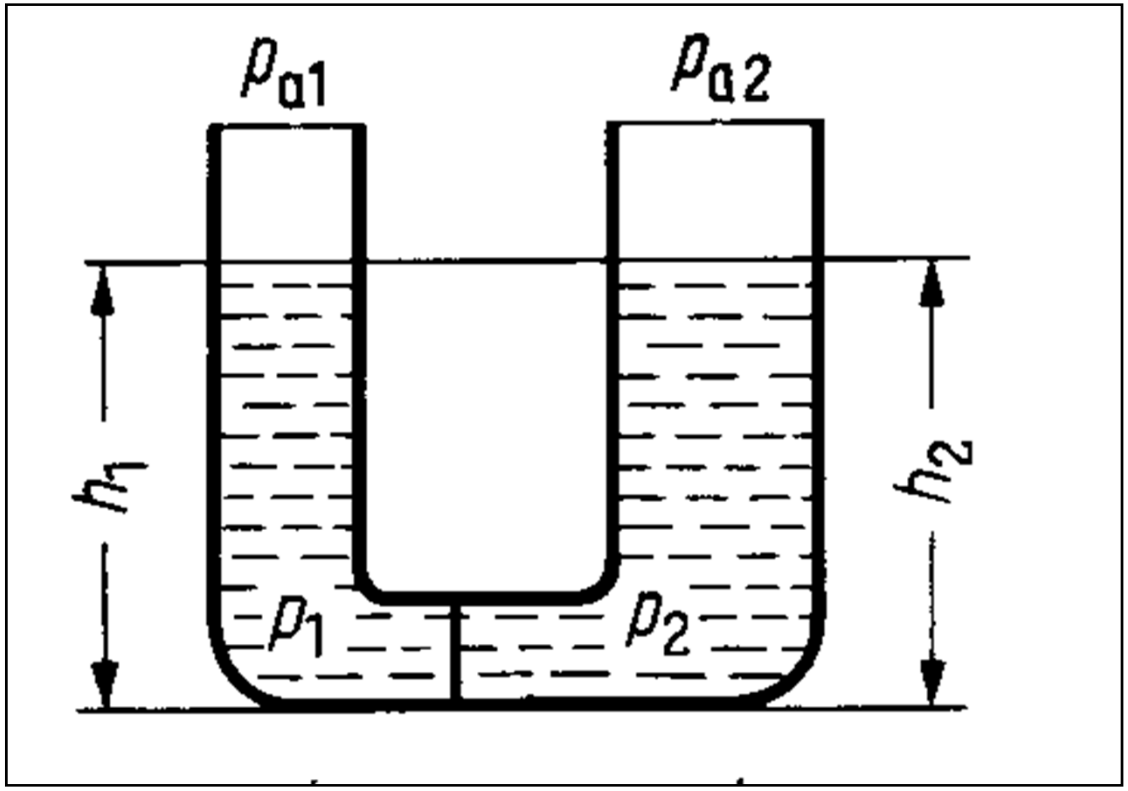
Hydrostatisches Paradoxon

Verbundene Gefäße

In verbundenen Gefäßen ist bei homogenen Flüssigkeiten der Flüssigkeitsspiegel immer gleich hoch.

Anwendungen:
Schlauchwaage





Schlauchwaagen - Nivelliergeräte

Einmann-Schlauchwaage mit akustischem Signal, wenn der Wasserpegel die Messmarke erreicht

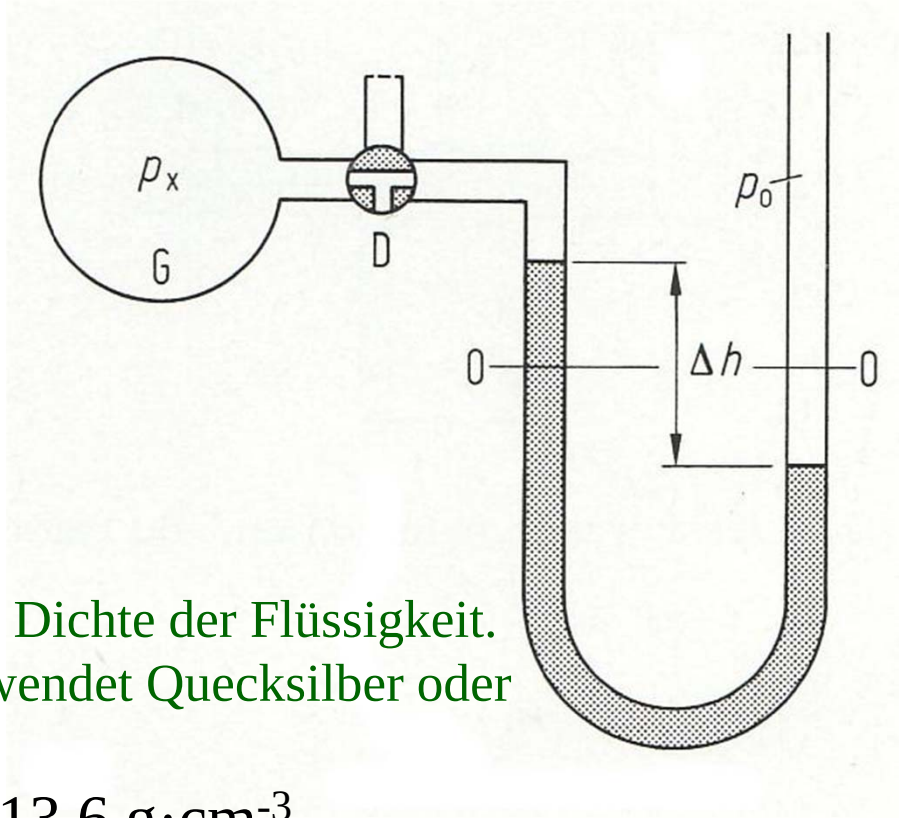
Ein altes Prinzip - immer noch aktuell

Digitale Schlauchwaage: Reproduzierbarkeit +/- 2 mm bei bis zu 48 m Distanz der Messpunkte.

U-Rohr-Manometer (offen)

Bei einem offenen Flüssigkeits-manometer (U-Rohr-Manometer) herrscht im rechten Rohr über der Flüssigkeit mit der Dichte ρ_{Fl} immer der Außendruck p_0.
Die Flüssigkeitssäule Δh gibt an, um wie viel der Druck p_x größer (oder kleiner) ist als p_0.
Für p_x gilt:

$$p_x = p_0 \pm \rho_{Fl} \cdot g \cdot h$$



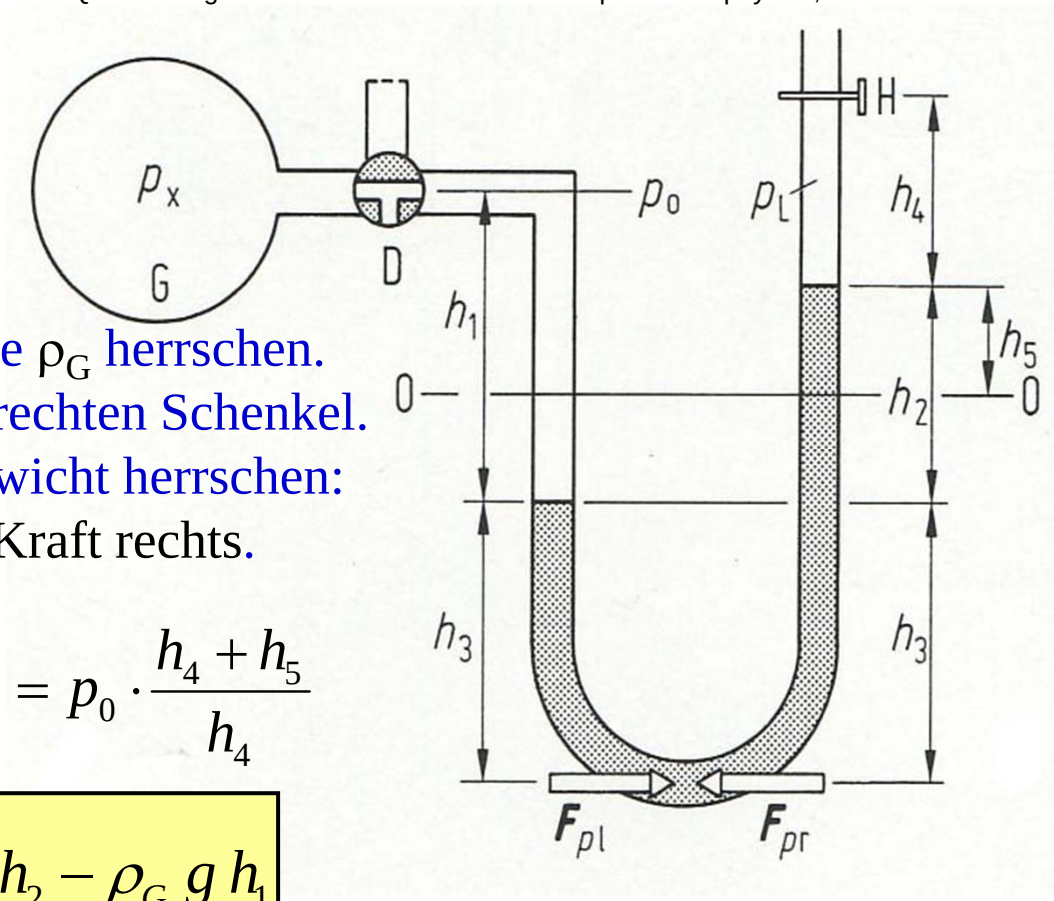
ρ_{Fl} ist die Dichte der Flüssigkeit. Man verwendet Quecksilber oder Wasser.

$\rho_{Hg} = 13{,}6\ \mathrm{g \cdot cm^{-3}}$
$\rho_{H2O} = 1\ \mathrm{g \cdot cm^{-3}}$

Quelle: Bergmann Schaefer Lehrbuch der Experimentalphysik I, 11. Aufl. 1998

U-Rohr-Manometer (geschlossen)

Quelle: Bergmann Schaefer Lehrbuch der Experimentalphysik I, 11. Aufl. 1998



Zunächst werden die Hähne des U-Rohrs geöffnet und beide Seiten bis zur Nulllinie mit Flüssigkeit gefüllt. Dann wird Hahn H geschlossen das Manometer über D mit dem Gefäß G verbunden, in dem Druck p_x und Dichte ρ_G herrschen.
Wenn $p_x > p_0$ steigt die Flüssigkeit im rechten Schenkel.
Im tiefsten Punkt muss Kräftegleichgewicht herrschen:
Kraft links = $F_{pl} = p_l \cdot A = p_r \cdot A = F_{pr}$ = Kraft rechts.

$$p_l = p_x + \rho_G\, g\, h_1 + \rho_{Fl}\, g\, h_3$$

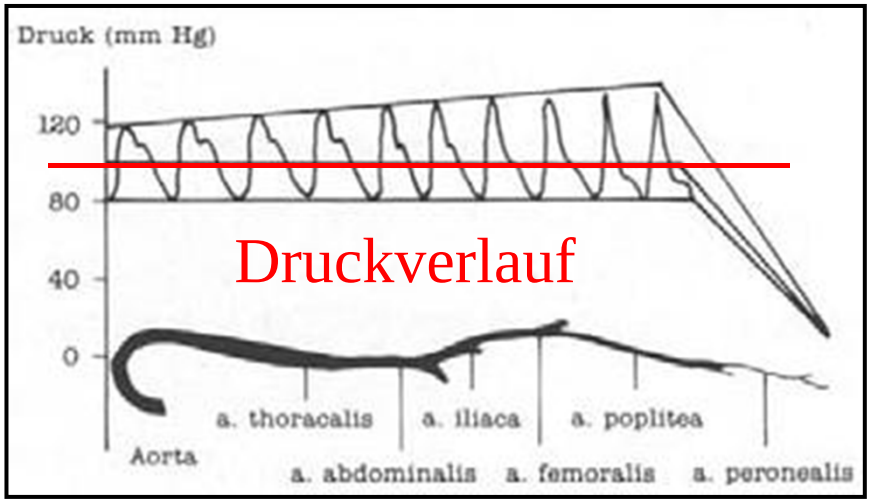
$$p_r = p_L + \rho_{Fl}\, g\,(h_3 + h_2) \quad \text{und} \quad p_L = p_0 \cdot \frac{h_4 + h_5}{h_4}$$

Es folgt:

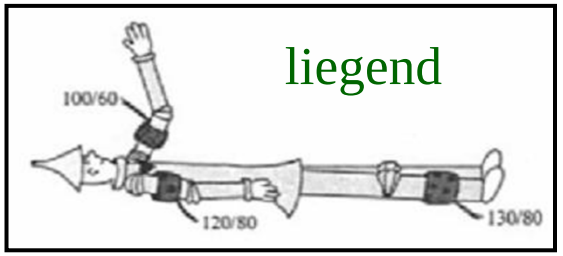
$$p_x = p_0 \cdot \frac{h_4 + h_5}{h_4} + \rho_{Fl}\, g\, h_2 - \rho_G\, g\, h_1$$

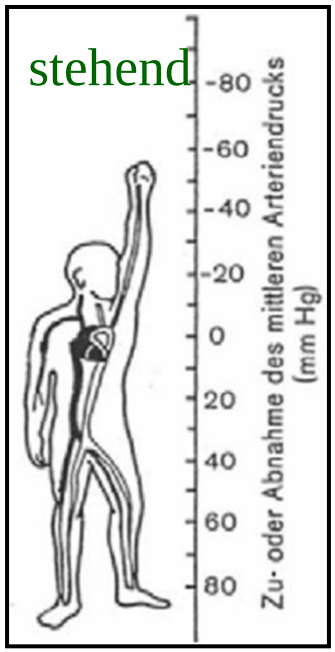
Anwendung Blutdruckmessung

Der Blutdruck wurde ursprünglich mit dem Quecksilbermanometer gemessen: Menschlicher Blutdruck: 80 - 120 mmHg = 80 - 120 Torr.



Mittelwert: ~ 100 Torr = 1,3 mWS





Blutdruckmittelwert entspricht einer 1,3 m hohen Flüssigkeitssäule.

Welchen Blutdruck erwarten Sie bei einer Giraffe?

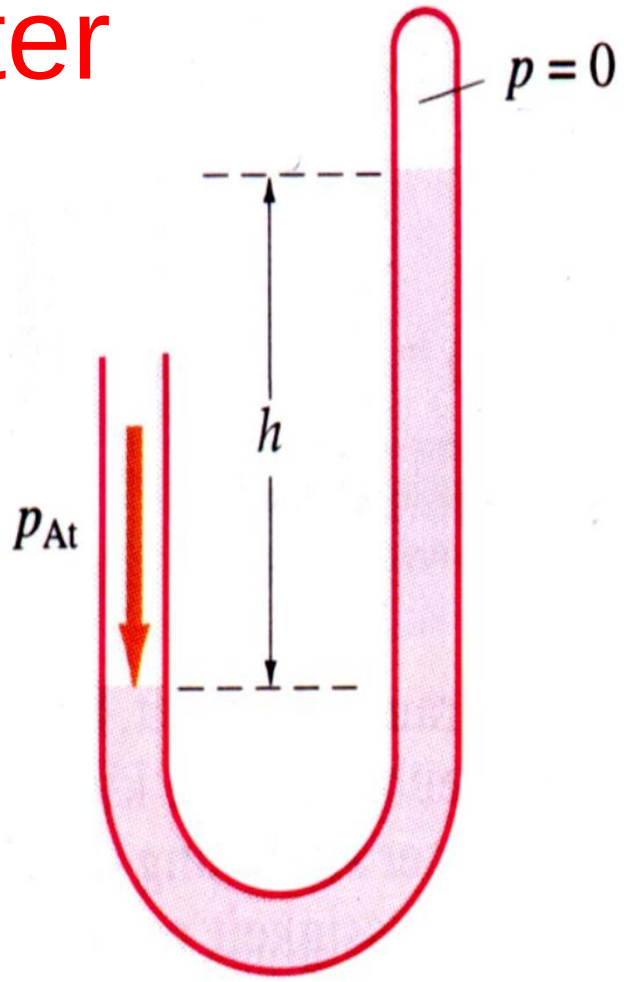
Flüssigkeitsbarometer

Ein geschlossenes Flüssigkeits-manometer kann zur Messung des Atmosphärendrucks p_{At} verwendet werden, wenn der Druck im geschlossenen Rohr oberhalb der Flüssigkeit Null ist.

Atmosphärendruck:

$$P_{At} = \rho \cdot g \cdot h$$

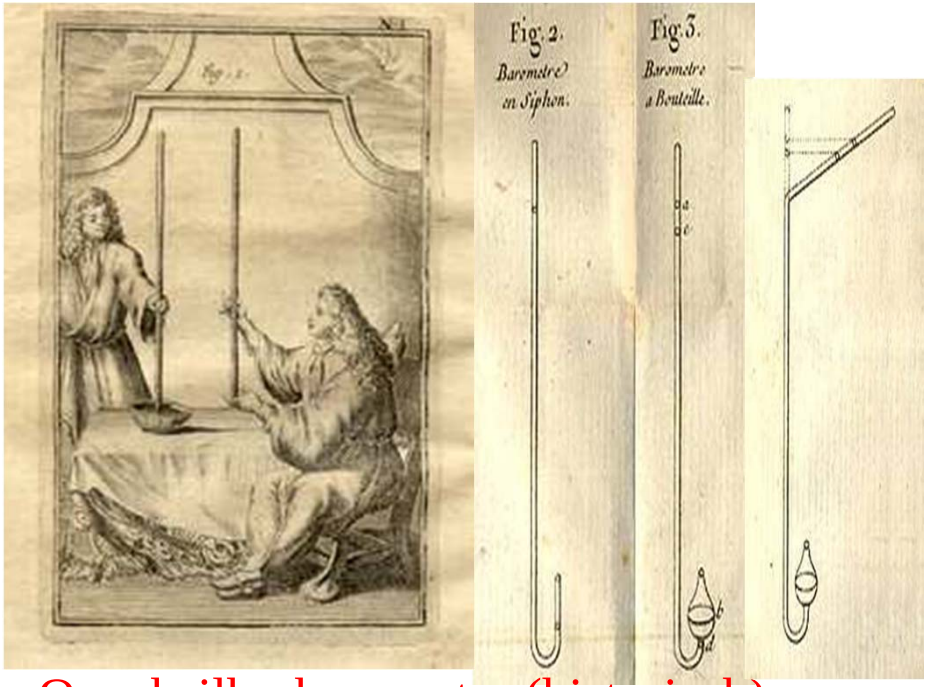
Einheiten: 1 mmHg = 1 Torr, 1 mWS



Quecksilberbarometer nach LAMBRECHT

Barometer zur Luftdruckmessung

Bereits Galilei wusste, dass Brunnenwasser mit einer Pumpe nur höchstens 10 m hoch gehoben werden konnte. Torricelli konnte dies als Wirkung des Luftdruckes erklären. Verwendete man Quecksilber, so kann der Luftdruck gegen den Druck Null nur eine Säule von 0,76 m = 760 mm heben. (Normalluftdruck = 760 mmHg)



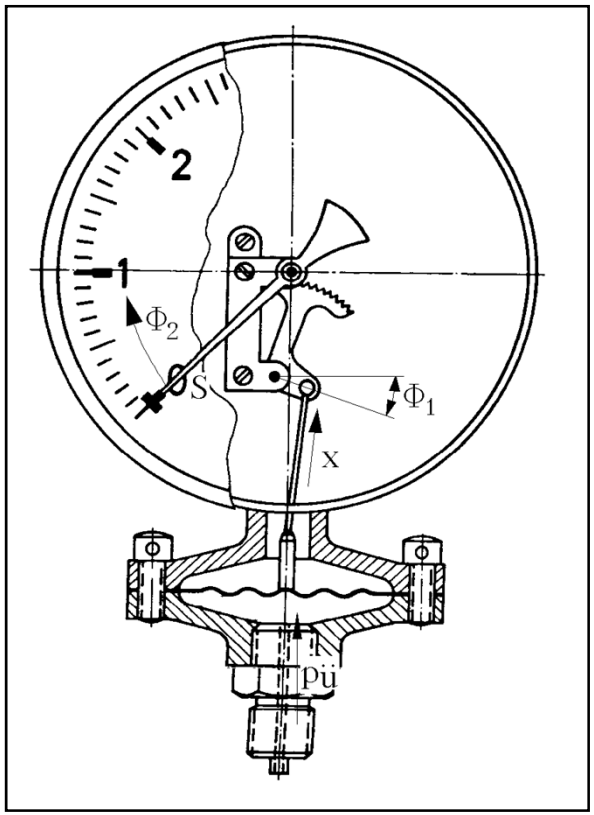
Quecksilberbarometer (historisch)

Ist der Druck in dem einem Rohr eines U-Rohr-Manometer gleich Null ist, so nennt man das Manometer (

In der Meteorologie verwendet man Quecksilberbarometer.

Otto Guericke (1602 - 1682) baute das erste Wasserbarometer an seinem Wohnhaus.

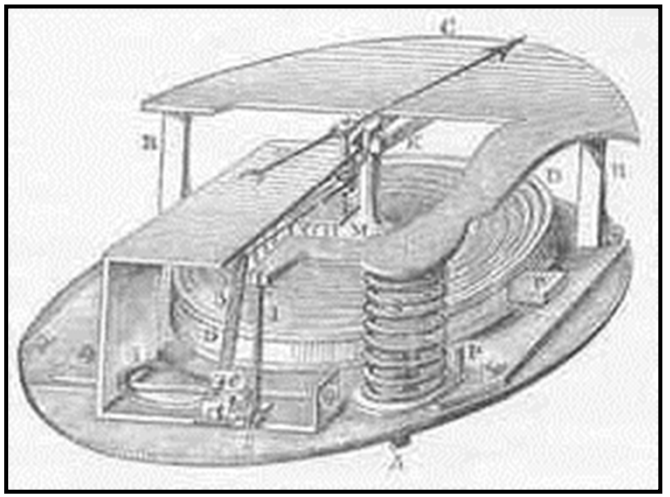
Druckmessgeräte

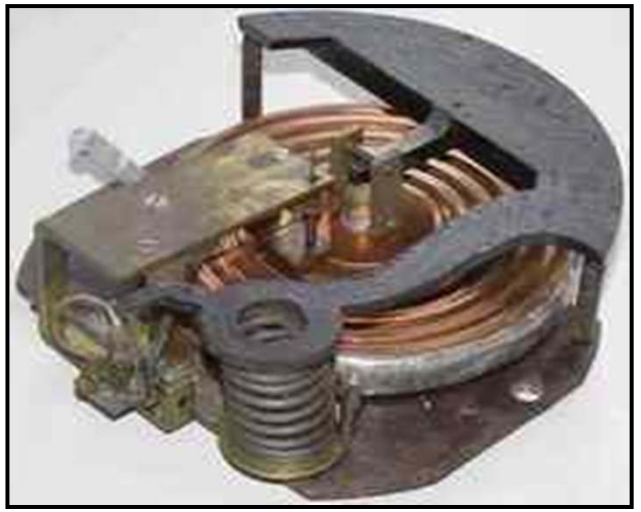


Membrandruckmesser mit mechanischer Anzeige

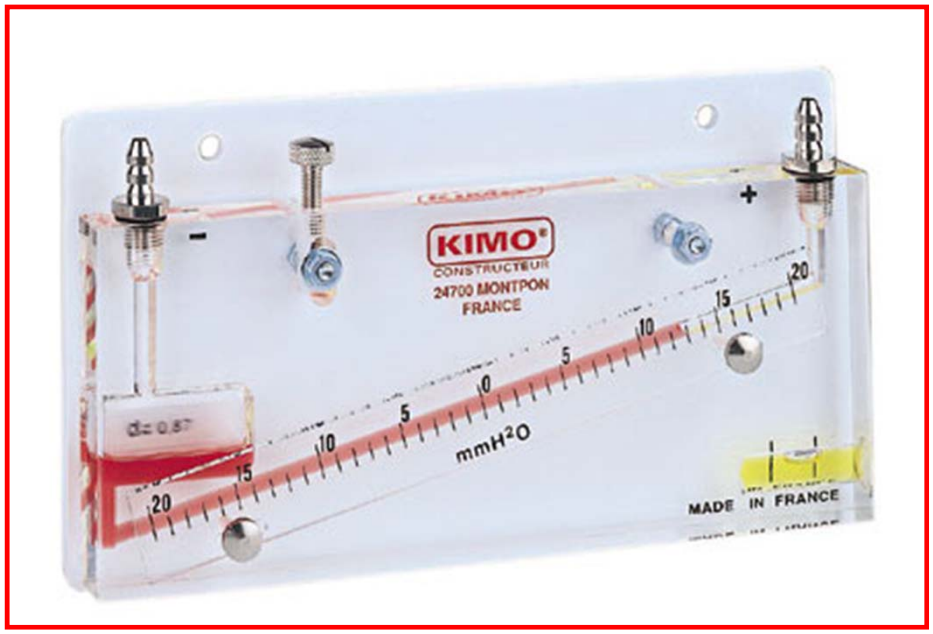
Häufig in Kombination mit mechanischer, kapazitiver, induktiver, piezoresistiver Messung oder Dehnungsmessstreifen.

Aneroiddose





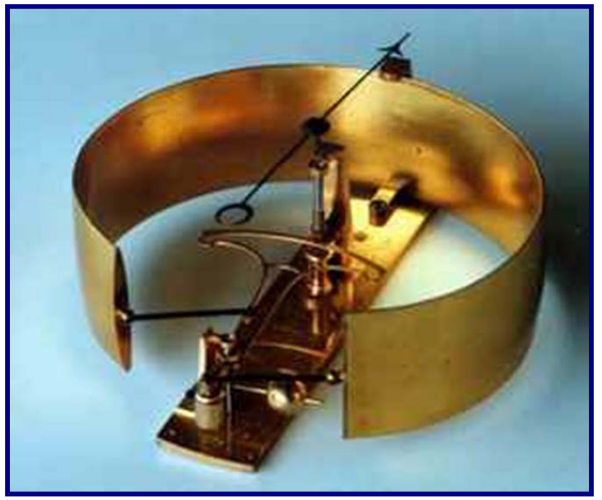
Druckmessgeräte



Differenzdruckmesser mit schräg liegendem Steigrohr

Rohrfeder-manometer

Bourdon-feder-manometer



Röhren-barometer

Messung kleiner Drücke

Einteilungen des Vakuums	
Grobvakuum	$1 - 10^3$ hPa
Feinvakuum	$10^{-3} - 1$ hPa
Hochvakuum	$10^{-7} - 10^{-3}$ hPa
Ultrahochvakuum	$10^{-12} - 10^{-7}$ hPa

Im Bereich $1 - 10^3$ hPa können Quecksilberbarometer oder andere direkte Messverfahren verwendet werden.

Indirekte Druckaufnehmer nutzen sekundäre physikalische Effekte: Wärmeleitung, Ionenstrom, Reibung.....

Im Bereich des Feinvakuums kann man durch Kompression eines definierten Gasvolumens kleine, so nicht direkt messbare Drücke in direkt messbare Drücke umwandeln (Methode nach McLeod)

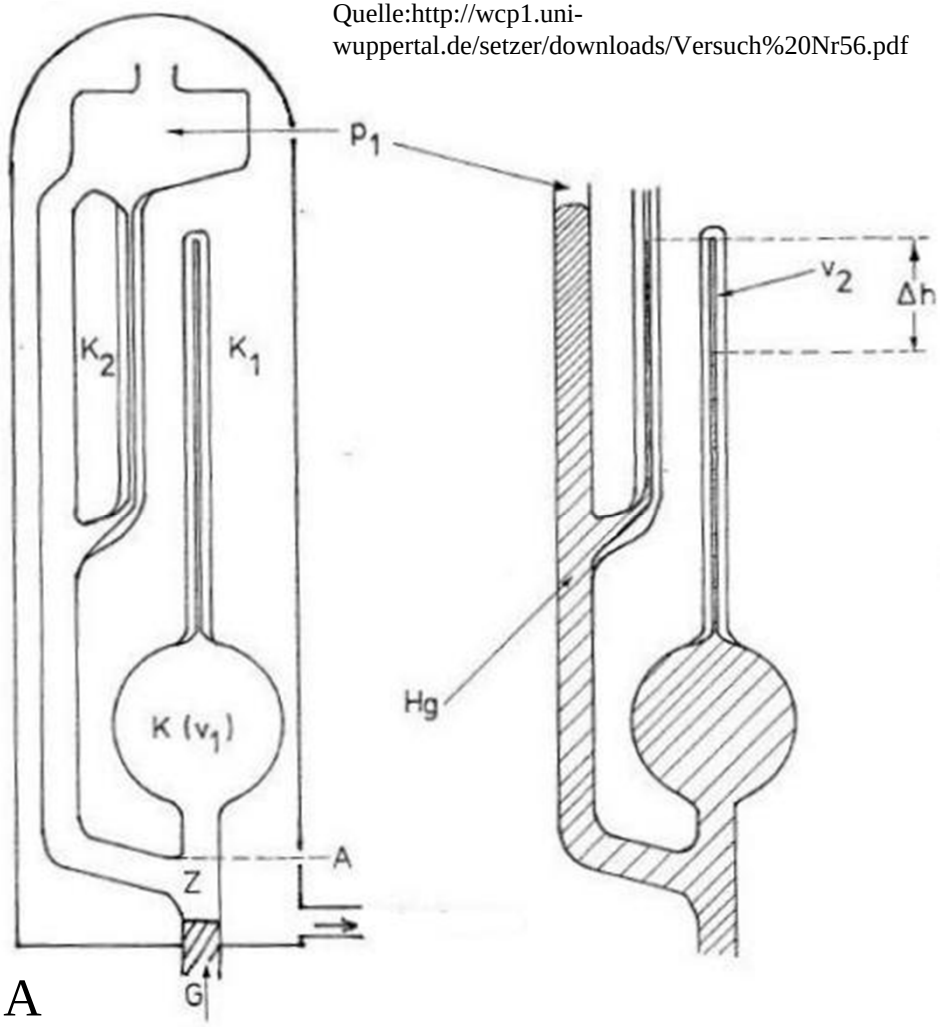
McLeod-Manometer

Zunächst befindet sich im Gesamtsystem der Druck p_1. Dann wird ein Quecksilber-reservoir so lange angehoben, bis der Flüssigkeitsstand in der offenen Kapillare K_2 auf gleicher Höhe steht, wie das oberen Ende der Kapillare K_1. Der Flüssigkeits-spiegel in der geschlossenen Kapillare K_1 ist jetzt um Δh niedriger, da hier das komprimierte Gasvolumen V_2 mit dem Druck p_2 eingeschlossen wird. Es gilt:

$$p_1 = \frac{V_2}{V_{ges}} \rho_{Hg} \cdot g \cdot \Delta h$$

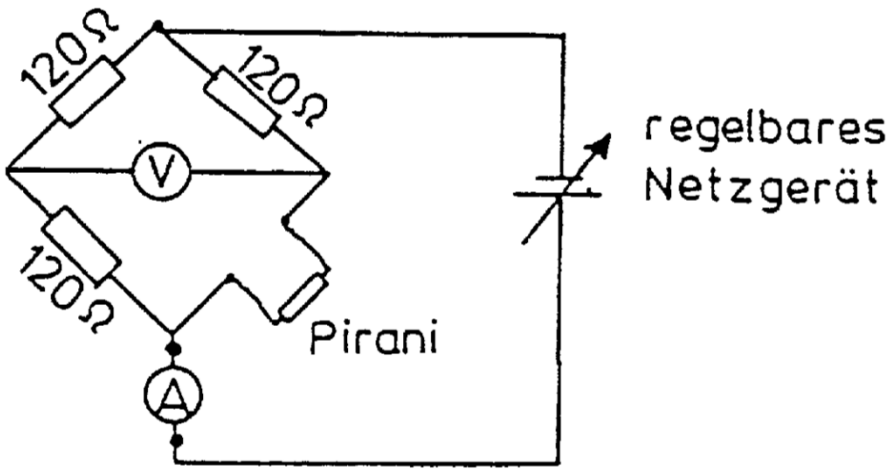
V_{ges} ist das Gesamtvolumen K_1 oberhalb von A

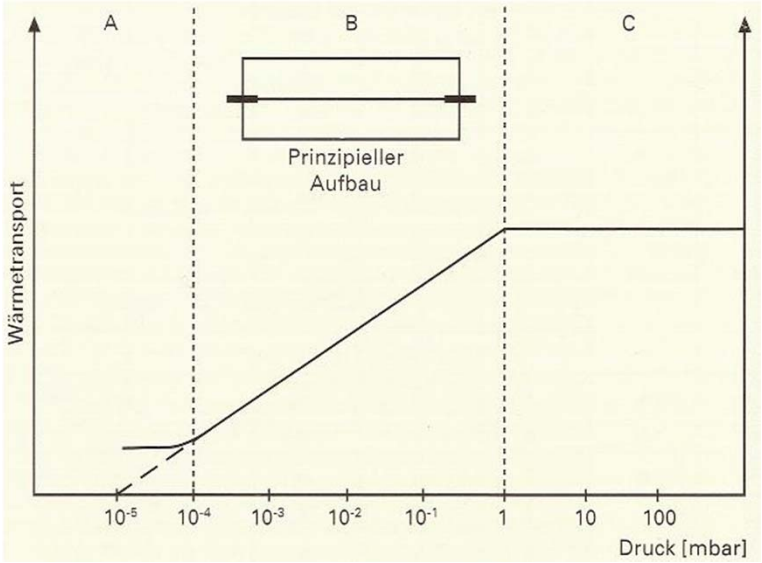
Quelle:http://wcp1.uni-wuppertal.de/setzer/downloads/Versuch%20Nr56.pdf



Wärmeleitmanometer (Pirani)

Im Druckbereich von (10^{-4} - 1) mbar ist die Wärmeleitfähigkeit eines Gases druckabhängig. Das Pirani verwendet einen Widerstandsdraht, der mit einer Messbrücke auf konstantem Widerstand gehalten wird (z. B. 120 Ω. Wenn U = 0V ist R_{Pirani} = 120 Ω). Dies entspricht dann einer konstanten Temperatur des Drahtes.



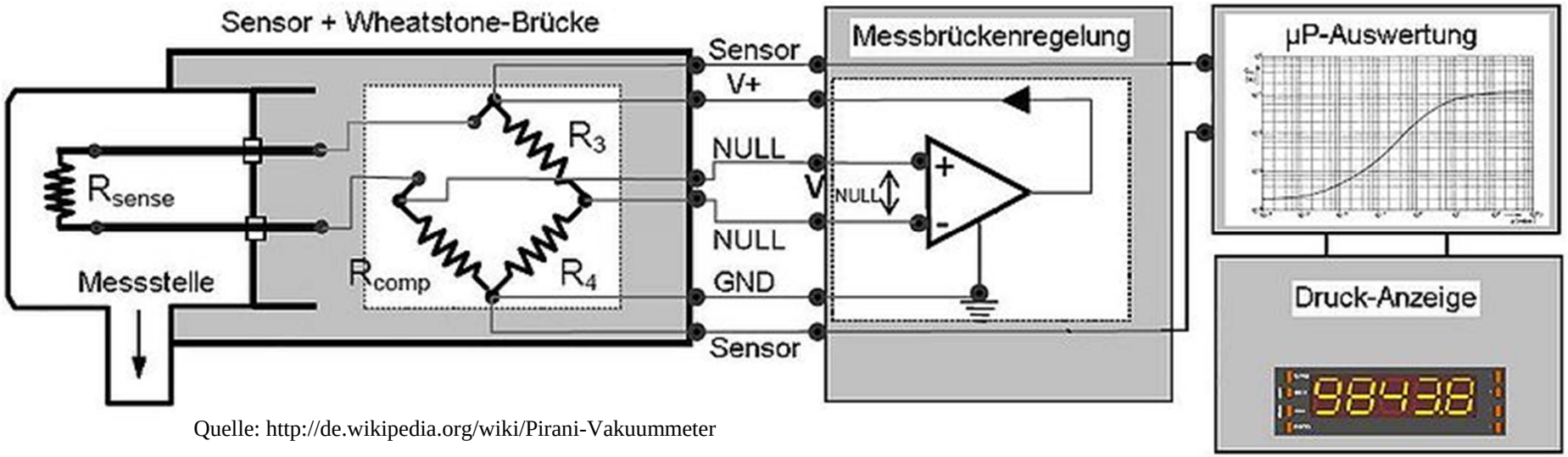


Der Heizstrom dient als Messgröße für den Gasdruck. Bei geeigneter Auslegung von Temperatur und Geometrie kann von (10^{-4} - 10^{3}) mbar gemessen werden.

Moderne Pirani-Manometer

Bei modernen Pirani-Manometern wird ein Operationsverstärker zum Widerstandsabgleich verwendet.

Mit Hilfe der Mikroprozessortechnik kann man auch bei nicht-linearem Zusammenhang von Heizstrom und Druck ein Kalibrierfaktor bestimmt werden.

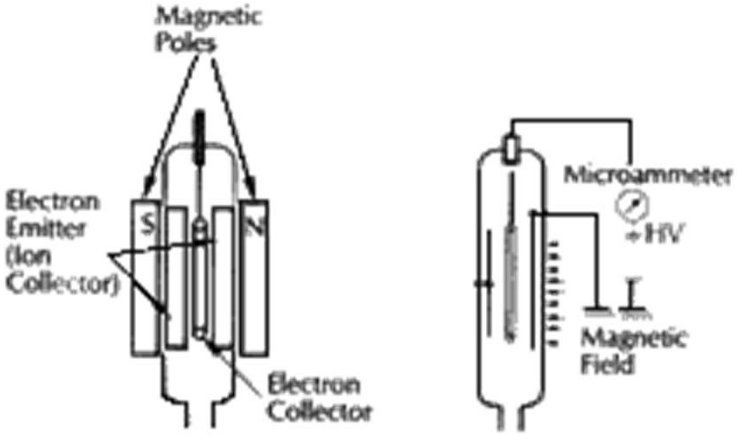


Quelle: http://de.wikipedia.org/wiki/Pirani-Vakuummeter

Ionisationsmanometer-Kaltkathode

Man unterscheidet Kalt- und Heißkathoden-Ionisationsmanometer.

Kaltkathode: Bei Normaldruck ist Luft ein guter elektrischer Isolator. Bei Drücken von ca. 1 hPa wird Luft jedoch leitend. Legt man eine Spannung (z. B. 1000 V) zwischen zwei Elektroden so fließt ein elektrischer Strom durch das Gas. Aus der Stromstärke kann Information über den Gasdruck gewonnen werden.



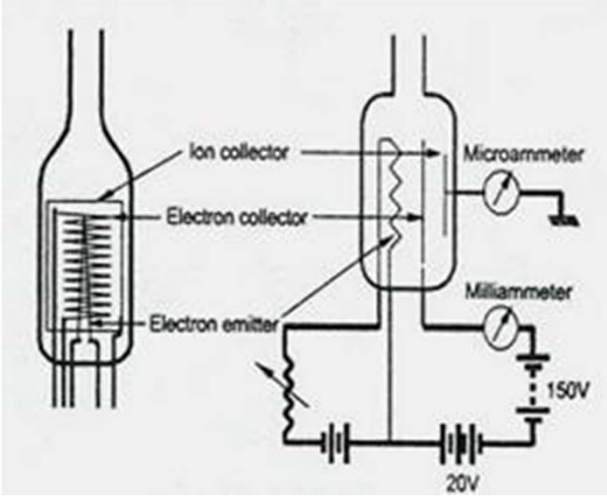
Quelle: http://oettinger-physics.de/vacuum/Vakuummeter.html

Zur Verbesserung der Anzeige bei kleinen Drücken verwendet man Magnetfelder, die die Elektronen auf Spiralbahnen ablenken und somit den Weg im Gas verlängern (Penning-Falle).

Einsatzbereich: 1 Pa bis ~ 10^{-8} Pa

Ionisationsmanometer-Heißkathode

Heiß- oder Glühkathodenmanometer besitzen eine glühende Kathode, die Elektronen aussendet. Diese werden zur Anode (z. B. ein Gitter) beschleunigt. Auf ihrem Wege können sie Gasatome ionisieren, die dann mit einer dritten Elektrode (Ionenfänger) gesammelt werden können. Der Ionisationsstrom ist ein Maß für die Gasdichte.



Quelle: http://oettinger-physics.de/vacuum/Vakuummeter.html

Glühkathodenmanometer werden typischerweise im Hochvakuum und Ultrahochvakuum eingesetzt. Mit modernen Geräten können Druckmessungen in einem Bereich von bis zu 13 Dekaden 10^{-10} bis 10^{3} hPa durchgeführt werden.

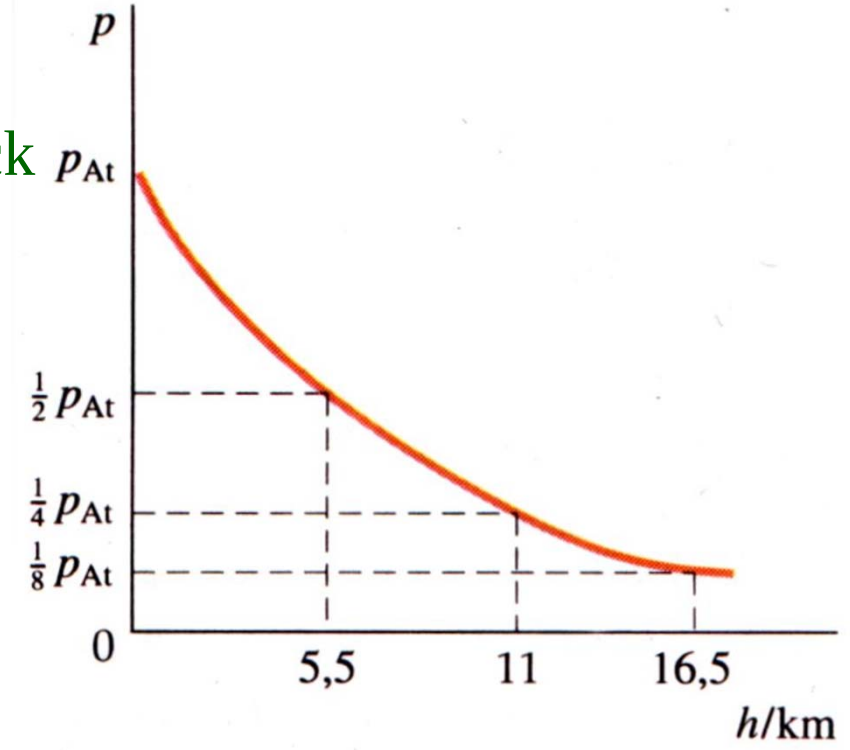
Unsicherheiten $< 15\%$.

Druckverteilung in Gasen

Bei Flüssigkeiten nimmt der Druck linear mit der Eintauchtiefe zu, da die Kompressibilität von Flüssigkeiten gering ist. In Flüssigkeiten ist die Dichte als Funktion der Tiefe konstant. Bei Gasen hängt die Dichte stark vom Druck ab.

Folge: In Flüssigkeiten sind Tiefendruck und Tiefe linear abhängig, in Gasen (Atmosphäre) hingegen ändern sich Druck und Dichte nicht-linear als Funktion der Höhe.

Merkregel: Alle 5,5 km sinkt der Atmosphärendruck um die Hälfte.

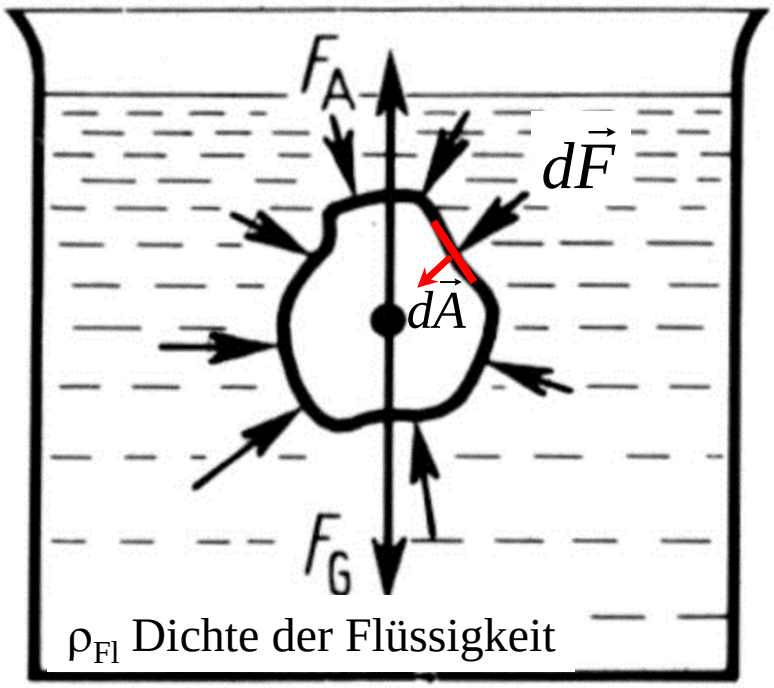


Auftriebskräfte

Auf einen Körper wirken Druckkräfte, die durch die Tiefendruckverteilung entstehen. Man beachte, dass Kräfte $d\vec{F}$ Vektoren, der Druck jedoch eine skalare Größe ist. In der Gleichung $d\vec{F} = p \cdot d\vec{A}$ bezeichnet $d\vec{A}$ den Vektor der Flächennormale.

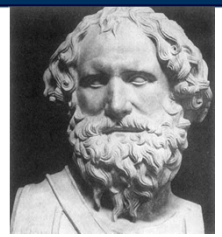
Wie erkennbar, erzeugt die skalare Druckverteilung eine vektorielle Kraftverteilung. Die nach oben gerichteten Kräfte unterhalb des Körpers sind größer als die nach unten gerichteten Kräfte oberhalb. Die Summe aller Kräfte ist deshalb ungleich Null.

Auftriebskraft: $\vec{F}_A = \int_{Körper} d\vec{F} = \rho_{Fl} \cdot V \cdot g$



Der Körper steigt, wenn $F_A > F_G$.
Er sinkt, wenn $F_A < F_G$. F_G ist die Gewichtskraft.

Kräfte an einem Körper



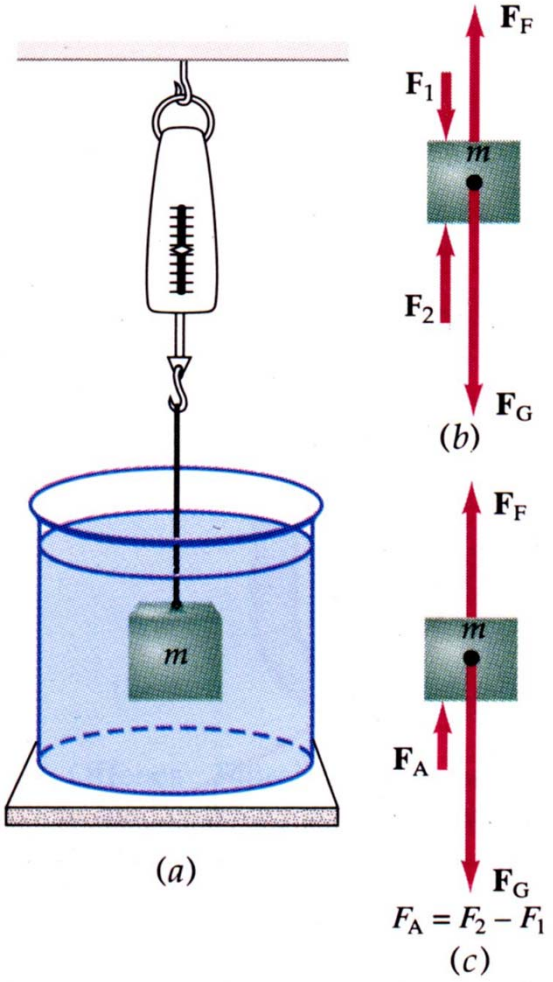
Archimedes von Syrakus
287 - 212 v. Chr.

Hieron II, Tyrann von Syrakus, gab Archimedes die Aufgabe, festzustellen, ob eine Krone aus reinem Gold sei. Zunächst fand er keine Lösung. Beim Besuch des Bades fiel ihm jedoch auf, dass Wasser aus der Wanne schwappte, als er einstieg, worauf er (angeblich) nackt durch Syrakus lief und laut „Heureka“ ausrief.

Er löste seine Aufgabe, indem er die Krone und einen gleich schweren Goldklumpen in Wasser tauchte und die ausfließende Wassermenge bestimmte.

Die Angelegenheit soll (angeblich) zu Ungunsten des Goldschmiedes geendet sein, der dies mit dem Leben bezahlte.

Archimedisches Prinzip: Die Auftriebskraft eines Körpers ist gleich der Gewichtskraft der von dem Körper verdrängten Flüssigkeit.



Dichtebestimmung

Man kann die Dichte des Goldes ρ_K in der Krone (oder beliebigen anderen Körpern) bestimmen, ohne sie zu beschädigen. Dazu wiegt man den Körper mit dem Volumen V_K in Luft (L) und in Wasser (W). Die Gesamtkraft ist die Summe der Gewichtskraft und der Auftriebskraft.

In Luft: $$F_L = \rho_K \cdot V_K \cdot g - \rho_L \cdot V_K \cdot g$$

In Wasser: $$F_W = \rho_K \cdot V_K \cdot g - \rho_W \cdot V_K \cdot g$$

Für das Verhältnis F_W/F_G gilt:

$$\frac{F_W}{F_L} = \frac{\rho_K - \rho_W}{\rho_K - \rho_L} \approx \frac{\rho_K - \rho_W}{\rho_K}$$

Lösung für ρ_K:

$$\rho_K = \frac{F_L}{F_L - F_W} \cdot \rho_W$$

Gesetz des Archimedes

Ein Körper, der in eine Flüssigkeit eintaucht, erfährt eine nach oben gerichtete Auftriebskraft F_A, deren Betrag gleich demjenigen der Gewichtskraft ist, die auf das verdrängte Flüssigkeitsvolumen wirkt.

Man beachte, dass sich die Gewichtskraft des Körpers sich nicht verändert, sondern dass aus der Gewichtskraft F_G und Auftriebskraft F_A die die Gesamtkraft F_{ges} gebildet werden muss. $F_{ges} = F_G - F_A$

Ein Körper schwebt in einer Flüssigkeit, wenn die auf ihn wirkende Auftriebskraft F_A gleich der auf ihn wirkenden Gewichtskraft F_G ist.
Schwebebedingung: $F_G = F_A$

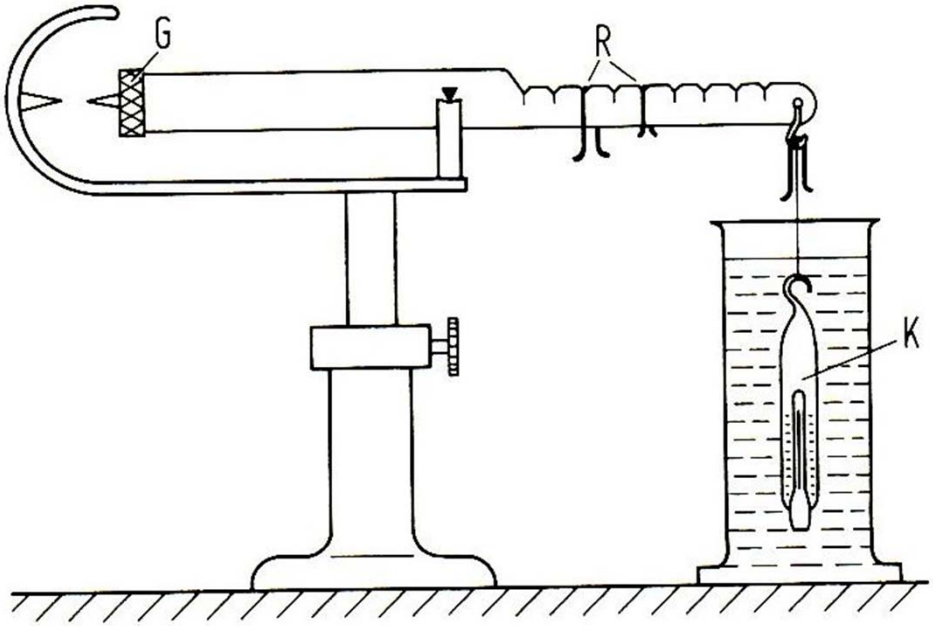
Ein Körper sinkt, wenn $F_G > F_A$. Er steigt, wenn $F_A > F_G$.

Mohrsche Waage

Karl Friedrich Mohr
Apotheker
1806 - 1879

Die Mohrsche Waage ermöglicht relative Dichtebestimmungen von Bezug ist Wasser. Dazu wird ein Glaskörper K wird in die Flüssigkeit getaucht. Hängt man das Einheitsgewicht der Masse m_0 (Reiter R) auf die rechte Position, so wird soll die Waage ausgeglichen sein.

Bei einer unbekannten Flüssigkeit gerät die Waage aus dem Gleichgewicht. Durch Neupositionierung des Reiters und/oder hinzufügen weiterer Reiter wird die Waage wird austariert. Die zusätzlichen Reiter haben die Massen $m_0/10$, $m_0/100$ und $m_0/1000$ und der rechte Waagearm ist in 10 Teilpositionen unterteilt ist. Aus den Positionen der verschiedenen Reiter erhält man die Dichte mit vier Dezimalstellen.

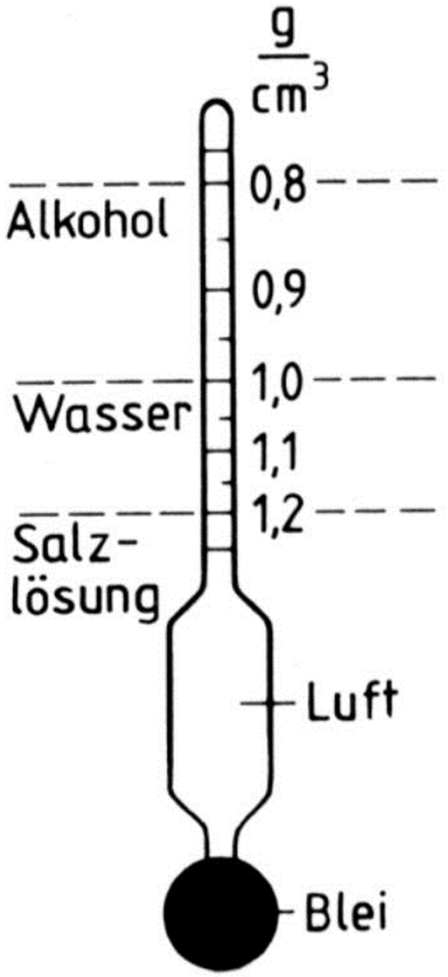


Quelle: Bergmann Schaefer Lehrbuch der Experimentalphysik I, 11. Aufl. 1998

Senkwaage

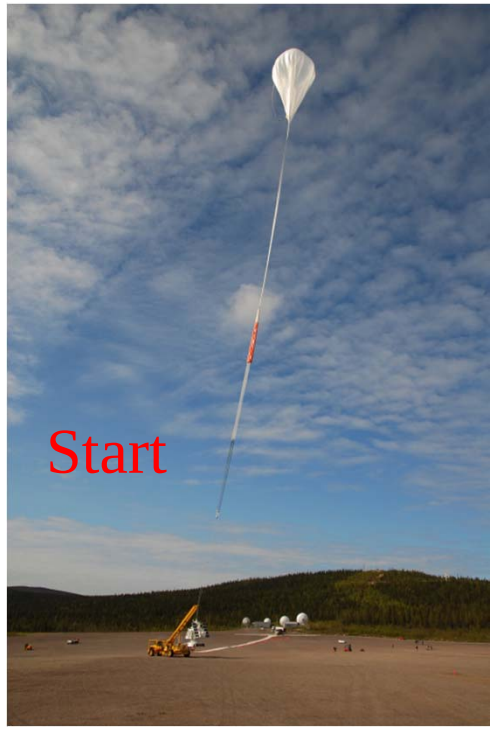
Die Senkwaage, auch Senkspindel oder Aräometer genannt, dient zur Messung der Dichte einer Flüssigkeit.
Masse und Volumen der Senkwaage sind so ausgelegt, dass die Auftriebskraft größer als die Gewichtskraft ist und deshalb das obere Röhrchen mit der Anzeige aus der Flüssigkeit auftaucht. Bei geeigneter Kalibrierung kann die Dichte am Flüssigkeitsrand abgelesen werden.

Anwendungen:
Batterieprüfung, Alkoholgärung, etc.

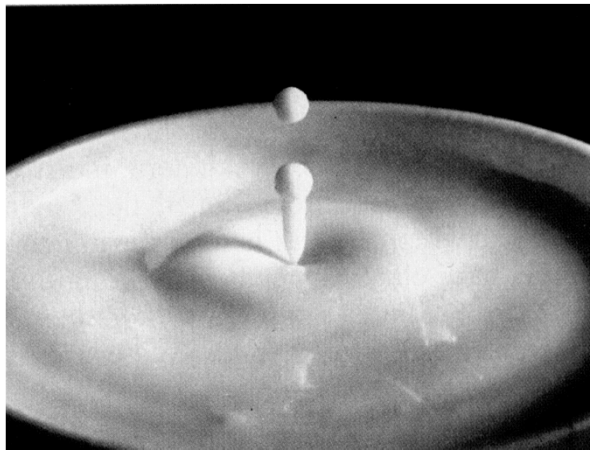


Ballon

Mit Ballonen konnte der Mensch erstmals in die Atmosphäre aufsteigen. Man unterscheidet Gas- und Heisluftballone. Gasballone haben heute eine wichtige Funktion in der Stratosphärenforschung.
Man füllt beim Start nur eine kleine Gasmenge ein. Die Auftriebskraft muss ausreichen, um Ballon und Nutzlast nach oben zu beschleunigen. Beim Aufstieg dehnt sich die Gasfüllung aus. In einer bestimmten Höhe, Prallhöhe genannt, füllt sie den Ballon vollständig aus. Anschließend steigt der Ballon weiter. Seine Maximalhöhe hängt davon ab, ob der Ballon geschlossen oder unten offen ist. Man kann heute Höhen von 30 000 m bis 40 000 m erreichen und Nutzlasten von mehreren Tonnen lange Zeit in großer Höhe positionieren.
Beispielaufgaben werden im Tutorium behandelt.

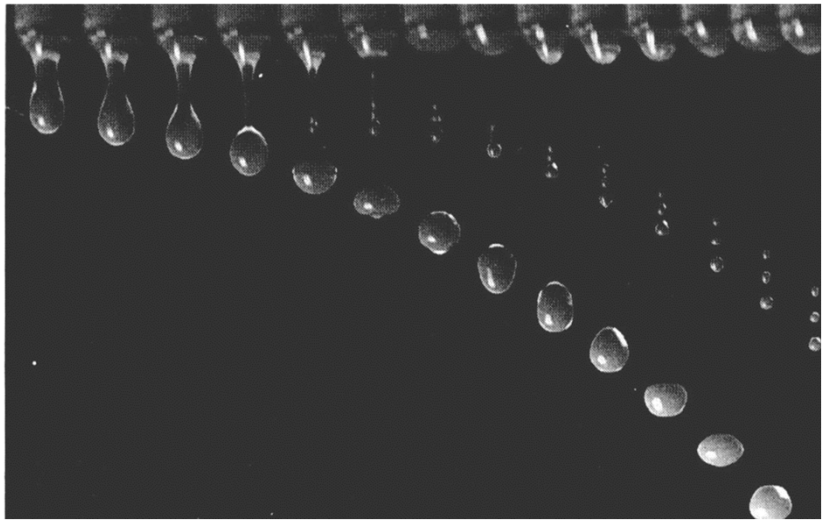


Grenzflächen von Flüssigkeiten



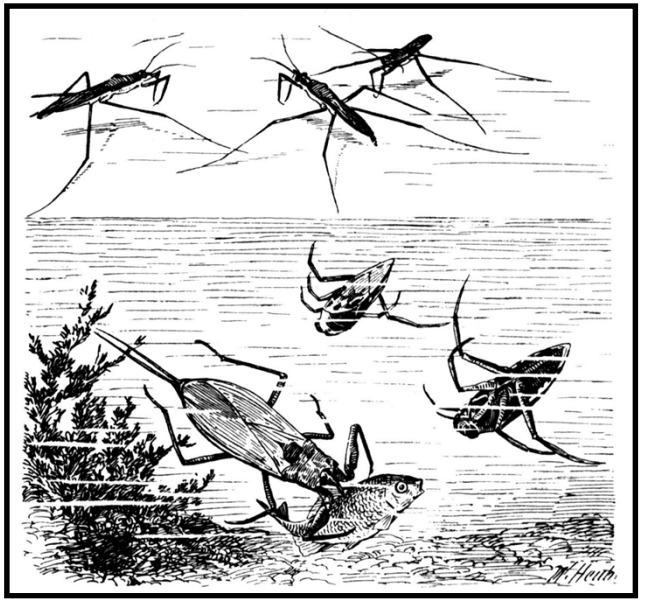
Flüssigkeiten bilden kugelförmige Tropfen

Einige Flüssigkeiten scheinen von einer dünnen Haut umgeben zu sein.



Kraft der Hautschicht wird Kohäsions-kraft genannt

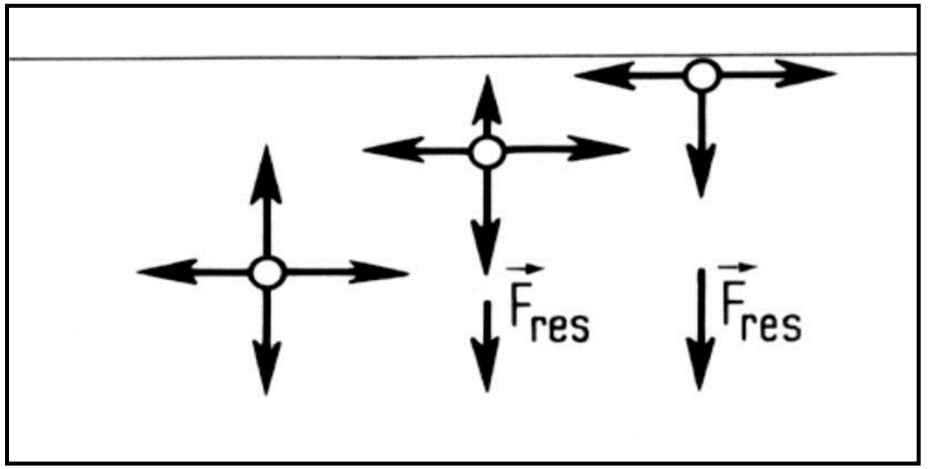
Wasserläufer laufen auf der Wasseroberfläche



Kohäsions- und Adhäsionskräfte

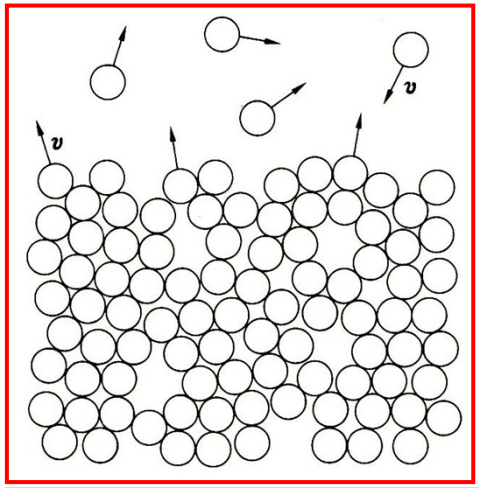
Einfache Erklärung: In Flüssigkeiten, und festen Körpern existieren Zusammenhangskräfte (Kohäsionskräfte), die in einer dünnen Oberflächenschicht entstehen. Während die zwischenmolekularen Kräfte im Inneren isotrop (nach allen Seiten ungerichtet) sind, gibt es an der Grenzfläche nur eine Kraftwirkung nach innen.

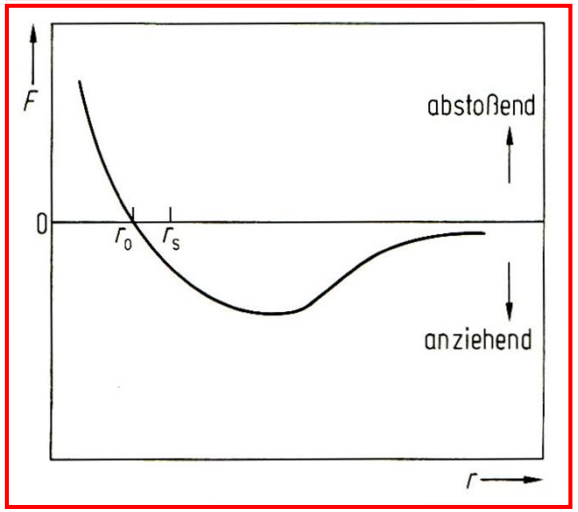
Kräfte zwischen zwei Körpern nennt man Adhäsionskräfte
(Anwendung: z. B. Adhäsionskleber).
Ursache hier: Sowohl mechanische Kräfte (Verklammerung) als auch spezifische Kräfte zwischen den Atomen und Molekülen tragen zur Adhäsion bei).



Ursache der Flüssigkeitshaut

An den Grenzflächen von Flüssigkeiten und Gasen wechseln ständig Atome/Moleküle aus der Flüssigkeitsphase in die Gasphase und umgekehrt. Die Anzahlen der aus- bzw. eintretenden Teilchen sind zwar gleich groß, aber trotzdem entsteht in der Flüssigkeit eine dünne Grenzfläche mit etwa 10% kleinerer Dichte. Sie ist nur einige Molekülschichten dick. Dort ist der mittlere Abstand zweier Teilchen r_S größer als der mittlere Abstand r_0 im Inneren. Bei größerem Abstand r_S sind die anziehenden Kräfte größer als bei r_0 (siehe Abb. rechts).





Oberflächenspannung

Versuch: Eine Nadel kann auf einer Wasseroberfläche „schwimmen“. Die Ursache ist jedoch nicht der Auftrieb, sondern die Oberflächen-spannung.

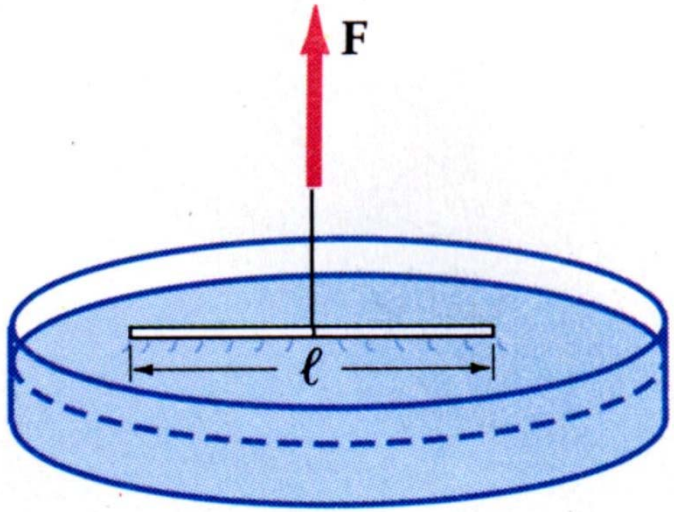
Zieht man mit der Kraft F an der Nadel der Länge l, so vergrößert sich die Flüssigkeitsoberfläche, weil die dünne Flüssigkeitshaut aus dem Wasser gehoben wird.

$$F = 2 \cdot \sigma \cdot l + m \cdot g$$

σ - Oberflächenspannung

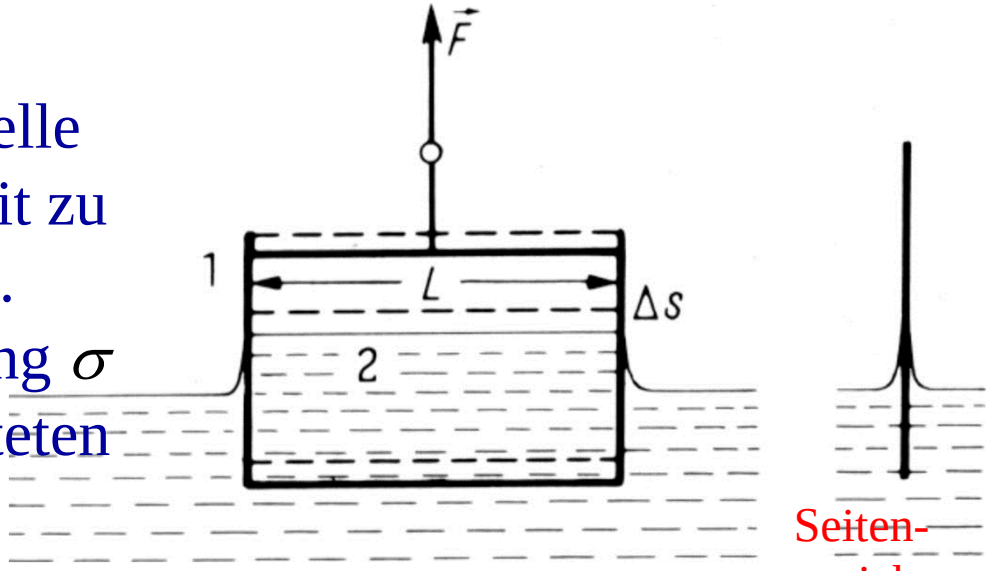
Einheit: 1 N m^{-1}

Der Faktor 2 berücksichtigt, dass an der Vorder- und Rückseite eine Flüssigkeitshaut entsteht.



Bügelmethode

Um den mit einer Flüssigkeitslamelle benetzten Bügel aus der Flüssigkeit zu ziehen, ist die Kraft F erforderlich. Man kann die Oberflächenspannung σ auch als Quotient der dabei geleisteten Arbeit $\mathrm{d}W = F \cdot \Delta x$ und der Oberflächenänderung $\mathrm{d}A$ definieren.



Frontansicht

Seiten-ansicht

$$Oberflächenspannung = \sigma = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}A} = \frac{Oberflächenenergieänderung}{Oberflächenänderung}$$

$$\sigma = \frac{F \cdot \Delta s}{2 \cdot L \cdot \Delta s} = \frac{F}{2 \cdot L}$$

Die Definition ist in Übereinstimmung mit der früheren Form.

Oberflächenspannung

Die Oberflächenspannung σ von Flüssigkeiten nimmt mit zunehmender Temperatur ab. Es gilt ein empirisches Gesetz in der Form:

$$\sigma = k \cdot \left(T^* - T\right)^n$$

$k = \sigma$ für $(T^* - T) = 1\text{K}$

$T^* = T_{\text{kritisch}} - 6\ \text{K}$

und $n \sim 2$

Substanz	σ / (N/m)
Ethylalkohol	0,022
Petroleum	0,026
Benzol	0,029
Seifenlösung	0,01 - 0,03
Olivenöl	0,032
Mineralöl	0,036
Wasser	0,073
Queksilber	0,484

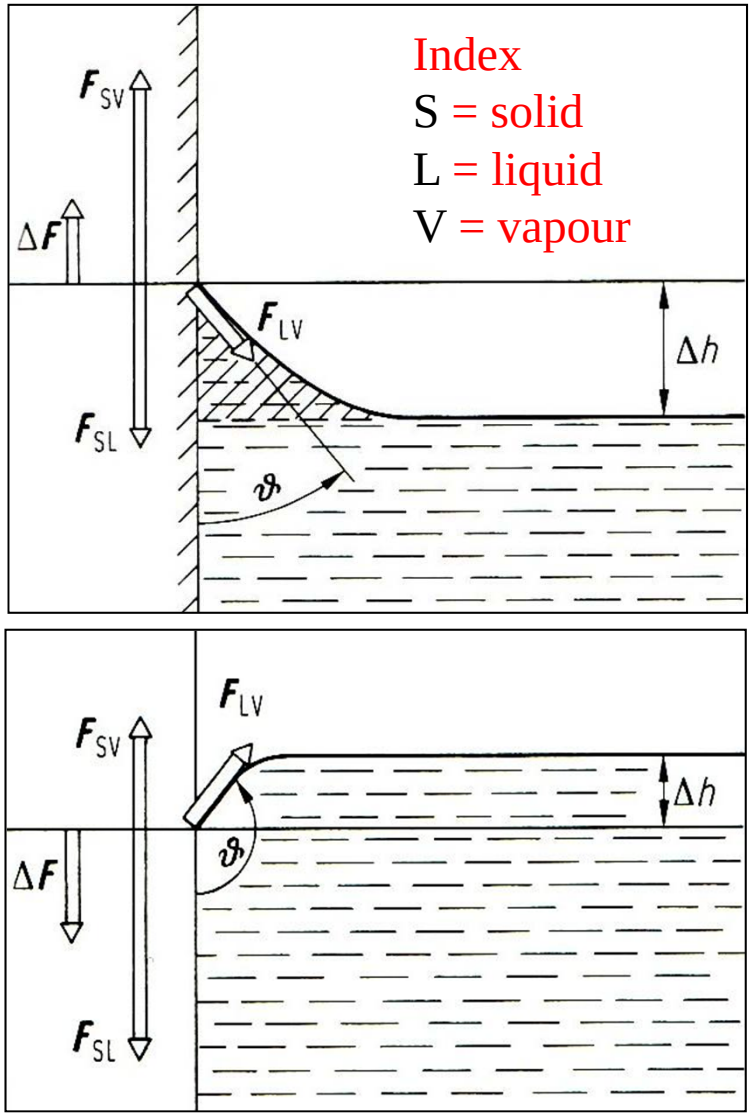
Es macht also Sinn, mit heißem Wasser, besser noch mit heißer Seifenlösung zu reinigen, zu waschen und zu spülen.

Kapillarität

Die Wand eines Gefäßes kann eine Kraftwirkung auf eine darin befindliche Flüssigkeit ausüben. Es gibt benetzende (z. B. Wasser auf Glas) und nicht-benetzende Flüssigkeiten (z. B. Quecksilber auf Glas). Bei benetzenden Flüssigkeiten steht der Rand höher, bei nicht-benetzenden tiefer als in der Flüssigkeit.

Es handelt sich um eine Grenzfläche, bei der feste, flüssige und gasförmige Phase aufeinandertreffen.

(S = solid, L = liquid, V = vapour)



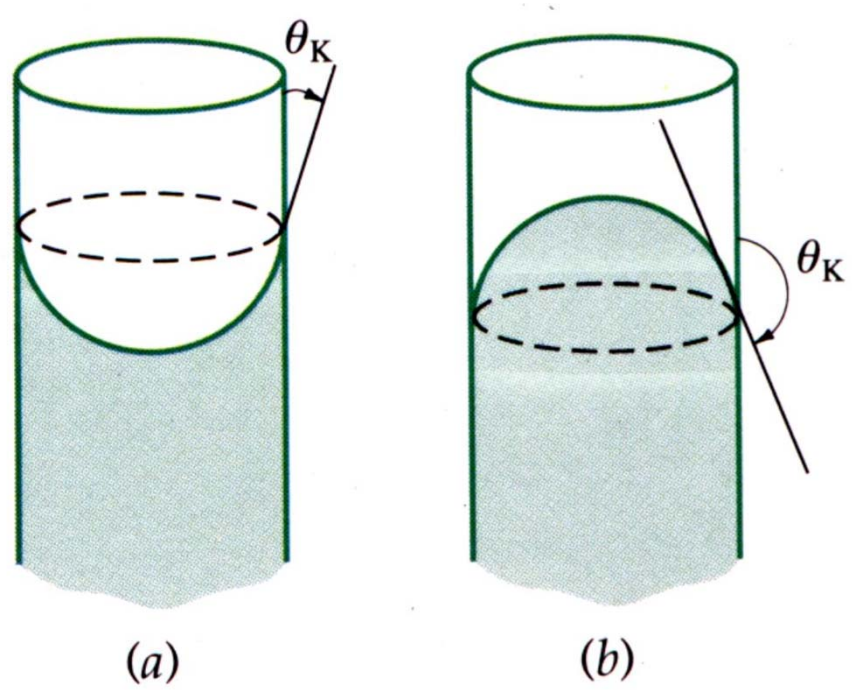
Kapillarität in Rohren

Sind die Adhäsionskräfte zwischen Flüssigkeit und Wand größer als die Kohäsionskräfte innerhalb der Flüssigkeit (Beispiel: Wasser und Glas) dann steigt die Flüssigkeit in einem Kapillarrohr auf (*a*). Der Kontaktwinkel ist $\theta_K \rightarrow 180°$.

Ist die Kohäsionskraft der Flüssigkeit größer, sinkt die Flüssigkeit in der Kapillare. Kontaktwinkel $\theta_K \rightarrow 180°$ (*b*).

Für Quecksilber und Glas ergibt sich eine Absenkung des Flüssigkeitsspiegels (*b*).

Wasser – Glas: $\theta_K \sim 0°$



Steighöhe in der Kapillare

Die vertikale Komponente der Oberflächenspannung $F \cdot \cos\theta_K$ zieht die Flüssigkeit nach oben.

Die Spannung wirkt entlang des Umfangs der Kapillare, Strecke $s = 2\pi r$.

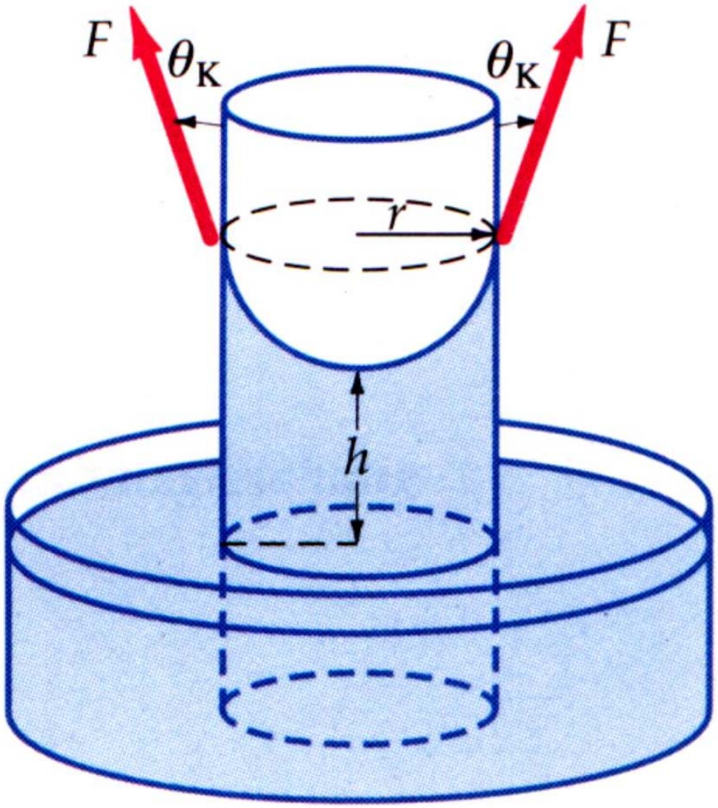
Kräfte

nach oben: $F_O = F \cdot \cos\theta_K = \sigma \cdot 2\pi \cdot r \cdot \cos\theta_K$

nach unten: $F_G = m \cdot g = \rho \cdot V \cdot g = \rho \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h \cdot g$

Steighöhe:

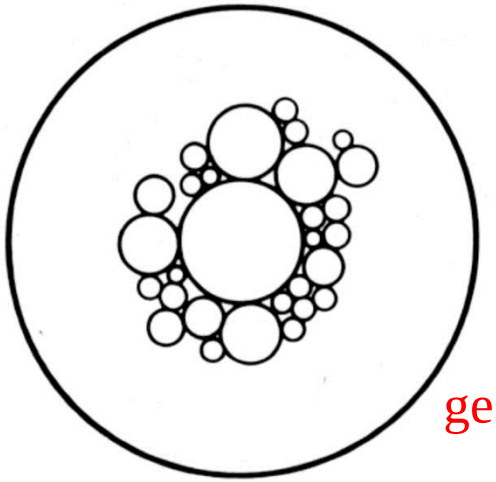
$$h = \frac{2 \cdot \sigma \cdot \cos\theta_K}{\rho \cdot r \cdot g}$$



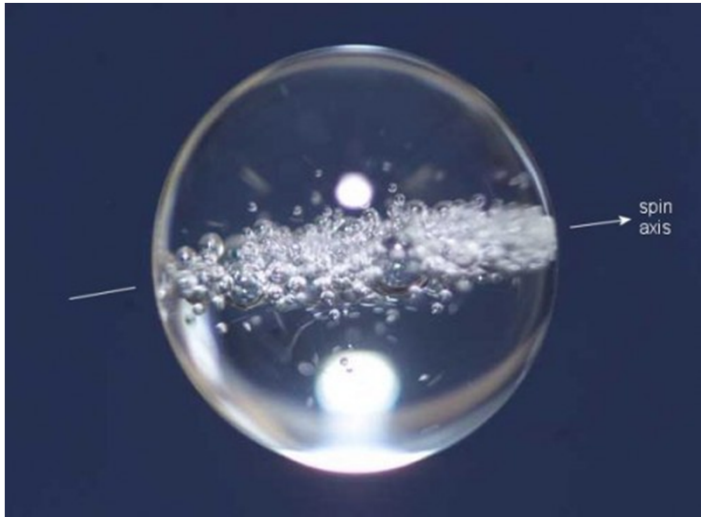
Oberflächenformen

Eine Flüssigkeitsoberfläche ist stabil, wenn eine minimale potentielle Energie erreicht ist. Bei gegebenem Volumen hat eine Kugel die kleinste Oberfläche.

Beispiele: Quecksilbertropfen, Öltropfen auf Wasser, Wassertropfem in der Raumstation.



Kleine Tropfen werden von großen geschluckt.

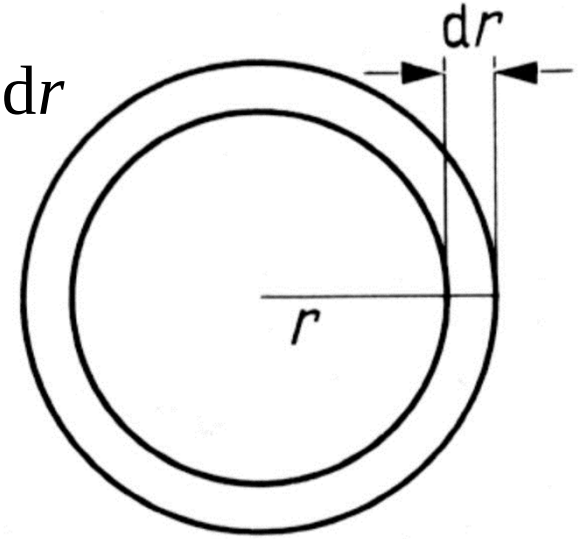


Tropfen wirkt als Linse

Flüssigkeitskugeln

Vergrößert man den Radius einer Kugel von r auf $r + \mathrm{d}r$, dann wächst deren Oberfläche um $\mathrm{d}A$:

$$\mathrm{d}A = \left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}A(r)\right)\cdot \mathrm{d}r = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(4\pi r^2\right)\cdot \mathrm{d}r = 8\pi \cdot r \cdot \mathrm{d}r$$



Es muss die Arbeit $\mathrm{d}W$ zur Vergrößerung der Oberfläche geleistet werden:

$$\mathrm{d}W = \sigma \cdot \mathrm{d}A = \sigma \cdot 8\pi \cdot r \cdot \mathrm{d}r$$

Die Arbeit wird durch die Druckkraft $F = p \cdot A$ erbracht:

$$\mathrm{d}W = F \cdot \mathrm{d}r = p \cdot A \cdot \mathrm{d}r = p \cdot 4\pi \cdot r^2 \cdot \mathrm{d}r$$

Es folgt:

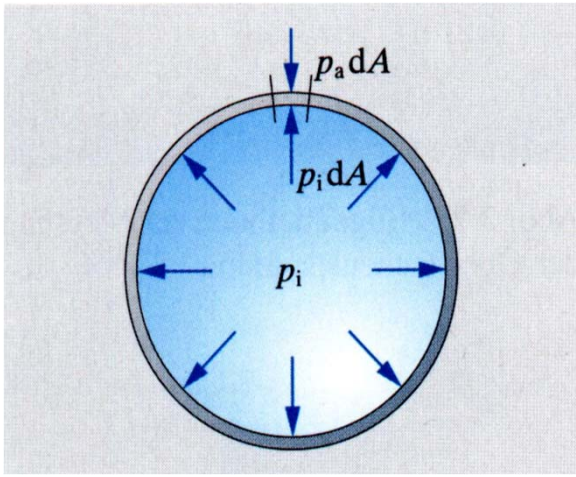
$$p = \frac{2 \cdot \sigma}{r}$$

Seifenblasen

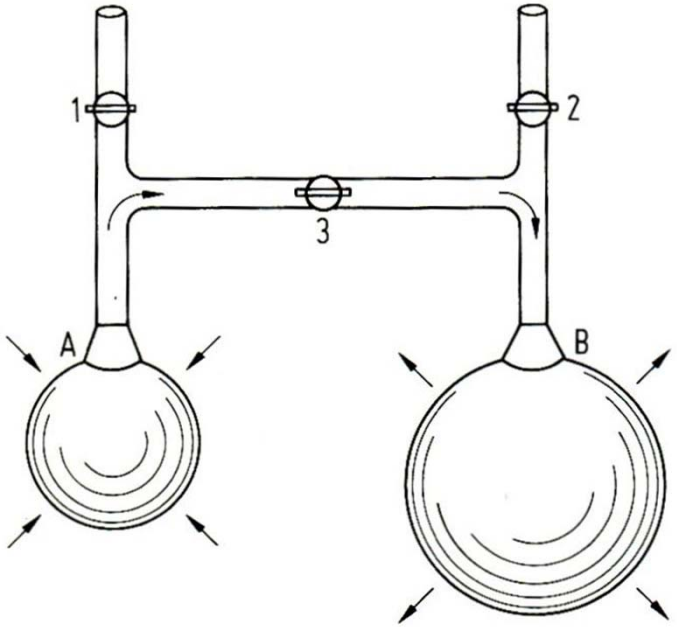
Bei der Seifenblase hat man zwei Oberflächen.

Für den Innendruck gilt:

$$p = \frac{4 \cdot \sigma}{r}$$



Was passiert, wenn man eine große und eine kleine Seifenblase wie im Bild rechts miteinander verbindet?



Eigenschaften von Gasen

- Gase füllen jedes verfügbare Volumen aus.
- Zwischen den Gasmolekülen wirken keine (oder besser, nur sehr kleine) Zusammenhangskräfte.
- Wird ein Gas in einem Gefäß eingeschlossen, so werden Kräfte auf die Gefäßwände ausgeübt.
- Zwischen dem Volumen eines mit Gas gefüllten Gefäßes und dem Gasdruck im Inneren besteht ein fester Zusammenhang:
  Das Boyle-Mariottesches Gesetz.

Bei konstanter Temperatur ist: $p \cdot V = konst.$

oder: $p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$

Boyle-Mariottesches Gesetz

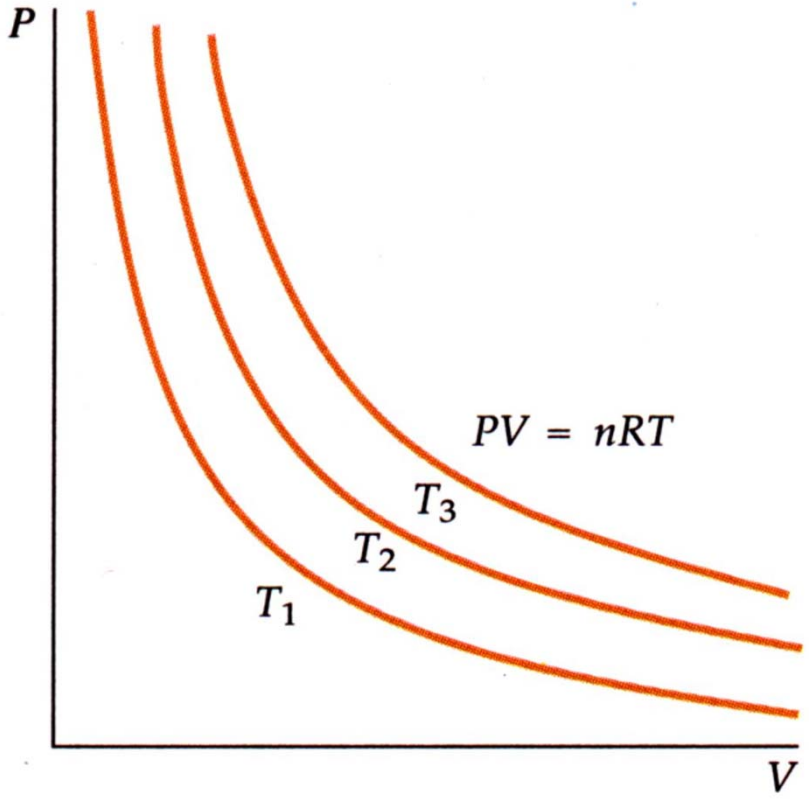
Robert Boyle
1627 - 1692

Edme Mariotte
1620 - 1684

Robert Boyle (1662) und Edme Mariotte (1676) entdeckten, dass das Produkt aus Druck p und Volumen V bei ungeänderter Temperatur konstant ist.

$$p \cdot V = c = konst. \quad \text{wenn} \quad T = konst.$$

Trägt man den Druck p als Funktion von V auf, so ergeben die Funktionen $p(V)$ für gegebene Temperatur T_1, T_2, T_3 Hyperbeln.
Die Funktionen werden Isothermen genannt.



Gesetz von Gay-Lussac

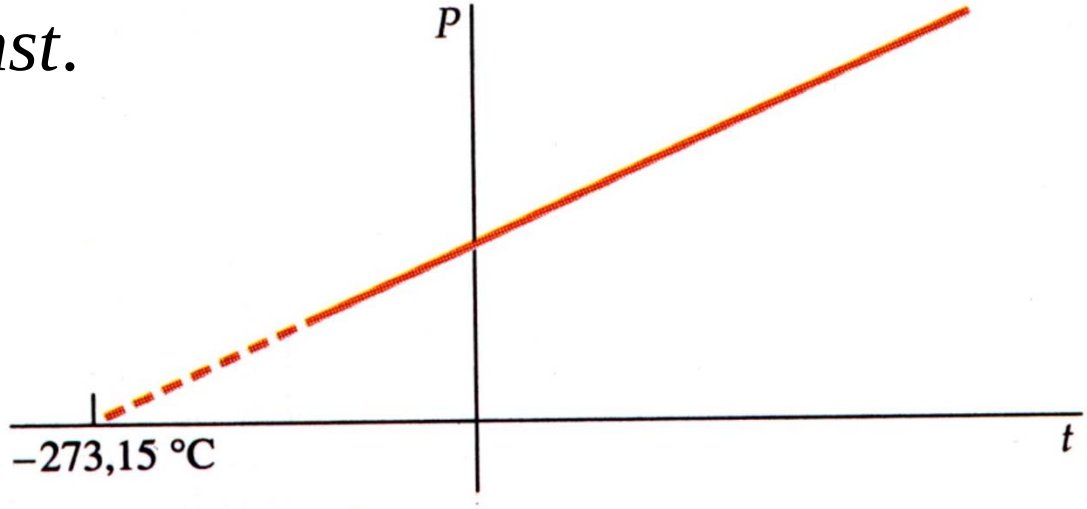
Joseph Louis
Gay- Lussac
1778 –1850

Die absolute Temperatur T eines Gases ist proportional zum Druck p wenn V = konst. (dies gilt nur bei nicht zu großen Gasdichten, also idealen Gasen).

Anwendung: Gasthermometer zur Bestimmung der absoluten Temperatur.

$$p(T) = k \cdot T \quad \text{mit} \quad k = konst.$$

Extrapoliert man die lineare Funktion auf den Wert $p = 0$, so findet man den zugehörigen Temperaturwert von -273,15°C. Dieser Wert entspricht dem absoluten Temperaturnullpunkt.



Temperatureinheiten

Anders Celsius
1701 - 1744

Anders Celsius führte 1742 die Celsius-Temperaturskala ein, indem als Fixpunkt den Schmelz- und Siedepunkt des Wassers benutzte. Dem Schmelzpunkt gab er den Wert 0°C, dem Siedepunkt den Wert 100°C. Daniel Gabriel Fahrenheit (1686 - 1736) legte in Anlehnung an eine Temperaturdefinition des Dänen Ole Rϕmer (1644 - 1710) den Nullpunkt durch eine Wasser-Salz Mischung bei -17,8°C als 0°F, später dann den Gefrierpunkt von reinem Wasser bei 32°F und die Temperatur des gesunden Menschen bei 96°F fest. Die Fahrenheit-Skala wird in den USA und einigen anderen englisch sprechenden Ländern verwendet.

In der Wissenschaft wird heute die Kelvin-Skala benutzt.

Das Kelvin, die Einheit der thermodynamischen Temperatur, ist der 273,16-te Teil der thermodynamischen Temperatur des Tripelpunktes des Wassers.

Gemeint ist hier reines Wasser, dessen Tripelpunkt bei (0,01 °C) liegt. Durch diese Festlegung wurde erreicht, dass die Differenz zwischen zwei Temperaturwerten von einem Kelvin und einem Grad Celsius gleich groß sind und gleichwertig verwendet werden können.

Allgemeine Gasgleichung

Kombiniert man die Gesetze von Boyle-Mariotte und Gay-Lussac, so erhält man die allgemeine Gasgleichung. Für ideale Gase (z. B. für Luft, Stickstoff, Sauerstoff, Edelgase, usw.) gilt bei nicht zu großer Dichte:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

wobei n die Anzahl der Mole und R die universelle Gaskonstante bezeichnet.

$$R = 8{,}314\ 472(15)\ \mathrm{J\ mol^{-1}\ K^{-1}}$$

http://www.ptb.de/de/naturkonstanten/_zahlenwerte.html

Die universelle Gaskonstante R gibt an, wie viel Energie einem Mol eines idealen Gases ($V_{\mathrm{mol}} = 22{,}4$ l) zugeführt werden muss, um eine Temperaturänderung von 1 K zu bewirken.

Boltzmann-Konstante

Ein Mol ist die Masse, die N_A Teilchen (Atome oder Moleküle) enthält.
N_A ist die Avogadro-Zahl.

$$N_A = 6,\,022\,141\,79(30) \cdot 10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1}$$

Das Produkt aus der Zahl der Mole n und der Anzahl der Teilchen pro Mol N_A ist also die Gesamtanzahl N der Atome.
Die Boltzmann-Konstante k_B ist definiert als:

$$k_B = R / N_A = 1{,}380\,6504(24) \cdot 10^{-23}\ \mathrm{J\,K}^{-1}$$

k_B entspricht der Energie, die im Mittel einem Atom/Molekül zugeführt werden muss, um eine Temperaturerhöhung von 1 K zu erreichen.

Druck und Dichte von Gasen

Die Zahl der Mole n in einem Gasvolumen ist proportional zu dessen Masse m. Aus der allgemeinen Gasgleichung folgt:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T = c \cdot m \quad \text{für } T = \text{konst. und } c = \text{konst.}$$

Es folgt: $p = c \cdot \frac{m}{V} = konst.$ Da $m/V = \rho$ = Dichte,

folgt für T = konst.: $p = c \cdot \frac{m}{V} = c \cdot \rho$ also: $p \sim \rho$

Bei idealen Gasen und konstanter Temperatur sind Gasdruck p und Gasdichte ρ proportional.
Gase und Flüssigkeiten unterscheiden sich also sehr deutlich: Bei Flüssigkeiten ist ρ = konst. unabhängig vom Druck p.

Normbedingung

Da die Dichte ρ eines Gases und andere Eigenschaften vom Druck p und der Temperatur T abhängt, vergleicht man Dichtewerte und andere Zustandsgrößen von Gasen bei festen Bedingungen,
der Normbedingung:

$$T_0 = 0\ °C = 273{,}15\ K \text{ und } p_0 = 1013{,}25\ hPa$$

Beispiele: ρ in kg m^{-3} bei T_0 und p_0:
Luft(1,293), Sauerstoff (1,429), Stickstoff(1,252), Wasserstoff (0,090), Helium (0,179), CO_2 (1,977).

Alle ideale Gase besitzen unter Normbedingungen das gleiche Molvolumen von:

$$V_{Mol} = (22{,}413\ 996 \pm 0{,}000\ 039)\ l\ mol^{-1}$$

Kompressibilität von Gasen

Nach der allgemeinen Gasgleichung gilt: $V = n \cdot R \cdot T \cdot \frac{1}{p}$

Ableitung: $\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}p} = n \cdot R \cdot T \cdot \left(-\frac{1}{p^2} \right)$

Die Kompressibilität κ ist definiert als: $\kappa = -\frac{1}{V} \cdot \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}p}$

Durch Einsetzen von V und $\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}p}$ folgt:

$$\kappa = -\frac{1}{n \cdot R \cdot T \cdot \frac{1}{p}} \cdot \left(-n \cdot R \cdot T \cdot \frac{1}{p^2} \right) = \frac{1}{p}$$

Ergebnis: $\boxed{\kappa = \frac{1}{p}}$

Bei konstanter Temperatur hängt also die Kompressibilität eines Gases nur vom Druck, nicht aber von der Gasart ab.

Luftdruck der Atmosphäre

Die Existenz einer Erdatmosphäre verdanken wir der Schwerkraft des Planeten Erde. Kleinere Himmelskörper wie Mond oder Merkur besitzen (praktisch) keine Atmosphäre.

Die Druckverteilung in der Erdatmosphäre wird durch die Schwerkraft bestimmt.

Der Druck p in einer bestimmten Höhe h wird durch die Gewichtskraft F_G der Masse in der Luftsäule bestimmt, die sich oberhalb von h befindet.
Betrachtet man zunächst den Druck der durch eine Luftsäule der Höhe h unterhalb der Säule erzeugt wird, so gilt:

$$p = \frac{F_g}{A} = \frac{m \cdot g}{A} = \frac{\rho \cdot A \cdot h \cdot g}{A} = \rho \cdot h \cdot g$$

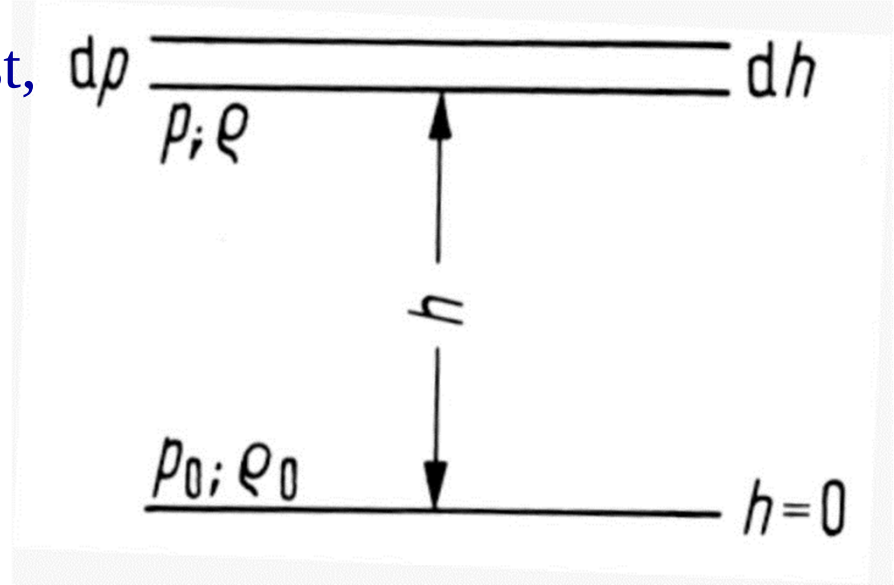
Barometrische Höhenformel

Druck und Dichte bei der Höhe $h = 0$ werden mit p_0 und ρ_0 bezeichnet. Man betrachte Druck p und Dichte ρ in der Höhe $h > 0$. Geht man von h aus in die Höhe $h + \mathrm{d}h$, so nimmt der Druck um $\mathrm{d}p$ ab.

Es gilt: $$\mathrm{d}p = -\rho \cdot g \cdot \mathrm{d}h$$

Da der Druck p proportional zu ρ ist, gilt: $$\frac{p}{\rho} = \frac{p_0}{\rho_0} \quad \text{und} \quad \rho = \rho_0 \cdot \frac{p}{p_0}$$

Einsetzen: $$\mathrm{d}p = -\rho_0 \cdot \frac{p}{p_0} g \cdot \mathrm{d}h$$



Barometrische Höhenformel

Umstellen der Gleichung:

$$-\frac{\rho_0 \cdot g}{p_0} \cdot \mathrm{d}h = \frac{\mathrm{d}p}{p}$$

Integration:

$$-\frac{\rho_0 \cdot g}{p_0} \cdot \int_0^h \mathrm{d}h' = \int_{p_0}^{p} \frac{\mathrm{d}p'}{p'}$$

$$-\frac{\rho_0 \cdot g}{p_0} \cdot h'\Big|_0^h = \ln p'\Big|_{p_0}^{p}$$

Ergebnis:

$$p(h) = p_0 \cdot e^{-\frac{\rho_0 \cdot g}{p_0} \cdot h}$$

$$\frac{\rho_0 \cdot g}{p_0} = \frac{1{,}293\,kg\,m^{-3} \cdot 9{,}81\,m\,s^{-2}}{1013{,}25 \cdot 10^2 \cdot Nm^{-2}} = \frac{1}{7988\,m}$$

Einsetzen:

$$p(h) = p_0 \cdot e^{-\frac{h}{7{,}988\ km}}$$

Alle 8 m ändert sich der Luftdruck um 1 hPa

Physik II

Anhang
(Das griechische Alphabet)

Griechisches Alphabet

alpha	α	A	eta	η	H
beta	β	B	theta	ϑ	Θ
gamma	γ	Γ	jota	ι	I
delta	δ	Δ	kappa	κ	K
epsilon	ε	E	lambda	λ	Λ
zeta	ζ	Z	my	μ	M

Griechisches Alphabet

ny	ν	N	tau	τ	T
xi	ξ	Ξ	ypsilon	υ	Y
omikron	o	O	phi	φ	Φ
pi	π	Π	chi	χ	X
rho	ρ	P	psi	ψ	Ψ
sigma	σ	Σ	omega	ω	Ω

Connection

Prof. Dr. Ulrich J. Schrewe

Fachhochschule Hannover (FHH)
University of Applied Science and Arts
Fakultät II - Maschinenbau und Bioverfahrenstechnik

Ricklinger Stadtweg 120
D-30459 Hannover

Phone (FHH)	+49 511 9296-1359
(priv.)	+49 551 8209951
Fax (FHH)	+49 551 9296 99 1359
(priv.)	+49 551 8209949

E-Mail: ulrich.schrewe@fh-hannover.de
Web: www.stud.fh-hannover.de/~schrewe