1.10 Bestimmung der dynamischen Zähigkeit von Flüssigkeiten nach Stokes

1 Theoretische Grundlagen

Wird ein Körper in einer realen Flüssigkeit bewegt, so wirkt auf ihn infolge der inneren Reibung eine Reibungskraft F_R. Für eine Bewegung mit konstanter Relativgeschwindigkeit zwischen Körper und Flüssigkeit ist F_R bei ein und demselben Körper nur noch von der dynamischen Zähigkeit η (kurz: Zähigkeit) der Flüssigkeit abhängig, wenn der Strömungsverlauf laminar ist.
Die Zähigkeit ist über die Beziehung

$$F_R = \eta \cdot A \cdot \frac{dv}{dx}$$

definiert (siehe Literatur). Sie ist von der Art der Flüssigkeit, ihrer Temperatur und dem Druck abhängig.
Bewegt sich eine glatte Kugel mit dem Radius r mit konstanter Geschwindigkeit v durch eine unendlich ausgedehnte Flüssigkeit mit der Zähigkeit η, so wirkt auf sie entgegen der Bewegungsrichtung die Reibungskraft $\vec{F}_R$. Stark vereinfacht gilt

$$\vec{F}_R = -6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot \vec{v} \qquad \text{(Stokessches Gesetz)}$$

Zur Charakterisierung von Strömungen wird eine dimensionslose Größe, die Reynoldszahl Re eingeführt. Für eine Kugel mit Durchmesser d ist

$$\mathrm{Re} = \frac{v \cdot d \cdot \rho_{Fl}}{\eta} \qquad (1)$$

Die genauere Rechnung führt dann für die Reibungskraft auf die (unendliche) Reihe.

$$\vec{F}_R = -6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot \vec{v} \cdot \left(1 + \frac{3}{16} \cdot \mathrm{Re} - \frac{19}{1280} \cdot \mathrm{Re}^2 + \frac{71}{20480} \cdot \mathrm{Re}^3 - ...\right)$$

Für nicht zu große Reynoldszahlen ($\mathrm{Re} \approx 1$) ist die 1. Näherung ausreichend genau.

$$\vec{F}_R = -6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot \vec{v} \cdot \left(1 + \frac{3}{16} \cdot \frac{v \cdot d \cdot \rho_{Fl}}{\eta}\right)$$

Erfolgt die Bewegung längs der Achse eines Zylinders mit dem endlichen Radius R, so ist dem Stokesschen Gesetz noch der Ladenburgsche Korrekturfaktor f_L hinzuzufügen:

$$\vec{F}_R = -6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot \vec{v} \cdot \left(1 + \frac{3}{16} \cdot \frac{v \cdot d \cdot \rho_{Fl}}{\eta}\right) \cdot f_L \quad , \quad f_L = \left(1 + 2{,}1 \frac{r}{R}\right) \qquad (2)$$

Die Reibungskraft ist vom Material der Kugel unabhängig. In einer hinreichend zähen Flüssigkeit (hinreichend große Fallzeit der Kugel) lässt sich deren Zähigkeit aus der konstanten Fallgeschwindigkeit von Kugeln ermitteln.

Fällt eine Kugel in einer Flüssigkeit mit konstanter Geschwindigkeit, so muss die Summe aller an der Kugel angreifenden Kräfte Null sein:

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \qquad (3)$$

Die an der Kugel angreifenden Kräfte sind:

die Gewichts kraft $\vec{F}_G = m_K \cdot \vec{g} = \rho_K \cdot V_K \cdot \vec{g}$ (4)

die Auftriebskraft $\vec{F}_A = -\rho_{Fl} \cdot V_K \cdot \vec{g}$ (5)

die Reibungskraft $\vec{F}_R$ (2)

m_K : Masse der Kugel

V_K : Volumen der Kugel

r : Radius der Kugel

g : Erdbeschleunigung

ρ_K : Dichte der Kugel

ρ_{Fl} : Dichte der Flüssigkeit

v : Geschwindigkeit der Kugel

Aus den Gleichungen 2-5 erhält man nach Einsetzen und Umformen eine Beziehung mittels der sich aus der gemessenen Fallgeschwindigkeit v der Kugel die Viskosität der Flüssigkeit bestimmen lässt.

2 Aufgabenstellung

Aus der konstanten Fallgeschwindigkeit glatter Kugeln in einer zähen Flüssigkeit ist die Zähigkeit der Flüssigkeit zu bestimmen. Der Versuch ist mit Stahlkugeln, Glaskugeln ∅ ca. 2 mm und Glaskugeln ∅ ca. 6 mm auszuführen.
In jeder Meßreihe sind 10 gleichartige Kugeln zu verwenden.

3 Erforderliche Geräte und Material

- 1 Standzylinder mit einer Flüssigkeit
- 2 Stoppuhren
- 1 Mikrometerschraube
- kleine Behälter zum Aufbewahren und Wägen der Kugeln
- 1 Aräometer
- 1 Thermometer
- 1 Maßstab
- Glaskugeln (Durchmesser ca. 2 mm)
- Stahlkugeln (Durchmesser ca. 2 mm)
- Glaskugeln (Durchmesser ca. 6 mm)

4 Versuchsdurchführung

- Die Flüssigkeit, deren Zähigkeit bestimmt werden soll, wird in einem mit Meßmarken versehenen Glaszylinder bereitgestellt. Die Dichte der Flüssigkeit wird mit dem Aräometer gemessen.
- Abstand s der Meßmarken ermitteln.
- Jeweils 10 gleichartige Kugeln (2-mm-Glas, 6-mm-Glas und Stahl) wiegen und die mittlere Masse einer einzelnen Kugel bestimmen.
- Durchmesser der zu verwendenden Stahlkugeln mit der Mikrometerschraube messen.
- Fallzeit t der Kugeln zwischen den Meßmarken des Standzylinders mit zwei Stoppuhren bestimmen.

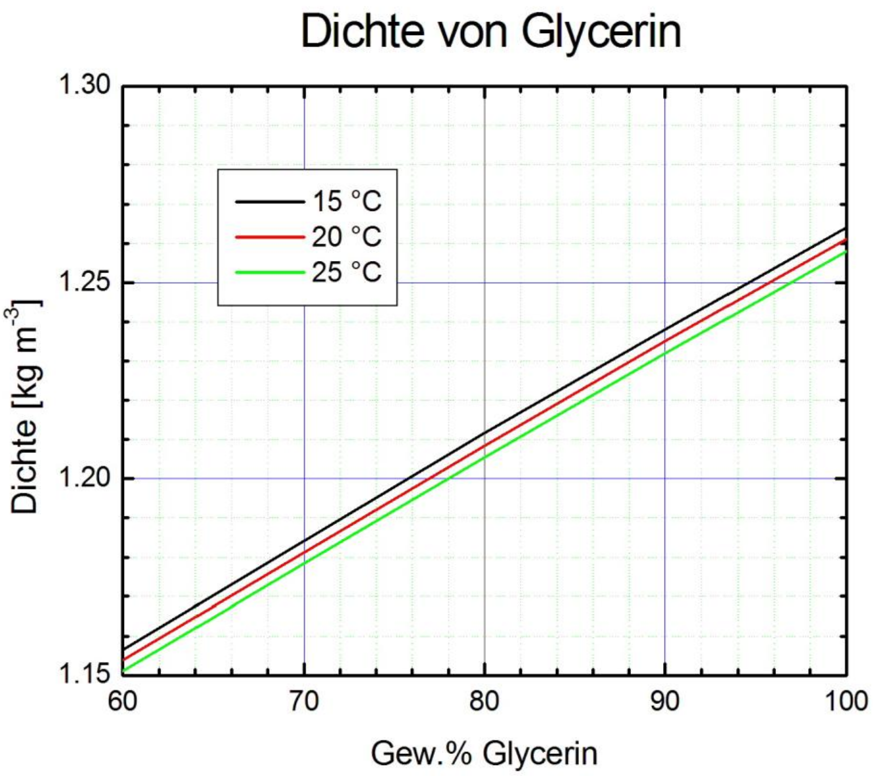
5 Auswertung

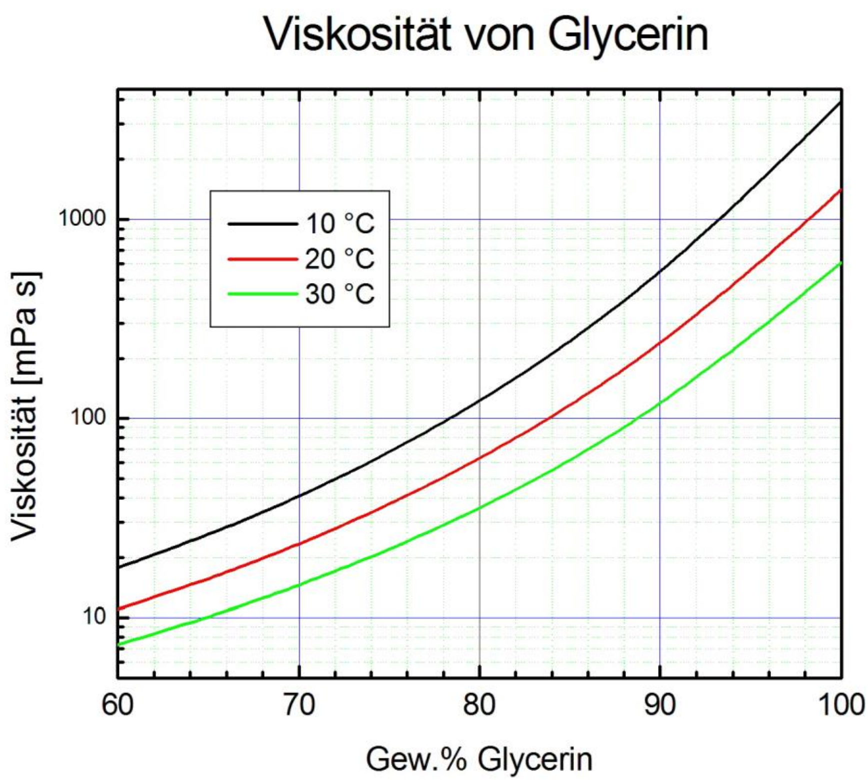
- Der mittlere Radius der Glaskugeln ist aus der Massenbestimmung zu ermitteln. Die Dichte der Glaskugeln ist dafür mit $\rho_{Gl} = (2{,}5 \pm 0{,}1)$ g/cm³ anzunehmen. Aus Fertigungsgründen weichen die Glaskugelradien bis zu 10 % vom Mittelwert ab.
- Die Dichte der Stahlkugeln ist aus der Messung der Radien und der Massenbestimmung zu errechnen.
- Die Fallgeschwindigkeit der verschiedenen Kugelsorten ist zu bestimmen.
- Mit Hilfe der Fehlerfortpflanzungsrechnung ist für jede Kugelsorte ein Wert der Zähigkeit zu bestimmen.
- Die Viskosität der Flüssigkeit bei der gemessenen Temperatur ist durch den gewichteten Mittelwert aus den 3 zuvor bestimmten Werten anzugeben.

6 Literaturhinweis

Dobrinski, Krakau, Vogel: Physik für Ingenieure, Teubner

Hering, Martin, Stohrer: Physik für Ingenieure, Springer


Dichte von Glycerin
1.30
1.25
1.20
1.15
Dichte [kg m^-3]
15 °C
20 °C
25 °C
60
70
80
90
100
Gew.% Glycerin


Viskosität von Glycerin
1000
100
10
Viskosität [mPa s]
10 °C
20 °C
30 °C
60
70
80
90
100
Gew.% Glycerin