

1.5 Bestimmung des Massenträgheitsmomentes mit einem Drehschwinger

1 Grundlagen

Das axiale Massenträgheitsmoment eines starren Körpers ist definiert als das Integral über die Massenverteilung bezüglich der Rotationsachse:

$$J = \int r^2 dm \quad (1)$$

Für die folgenden homogenen Rotationskörper mit dem Radius R und der Masse m ergeben sich daraus die angegebenen Formeln für das Trägheitsmoment bezüglich der Symmetrieachse:

$$\text{Scheibe und Vollzylinder} \quad J = \frac{1}{2} m \cdot R^2 \quad (2)$$

$$\text{idealer Hohlzylinder} \quad J = m \cdot R^2 \quad (3)$$

$$\text{Kugel} \quad J = \frac{2}{5} m \cdot R^2 \quad (4)$$

Wenn die Drehachse im Abstand s vom Schwerpunkt des Körpers liegt, dann gilt für das Trägheitsmoment J_s der Satz von STEINER:

$$J_s = J_0 + m \cdot s^2 \quad (5)$$

mit J_0 - Trägheitsmoment bezüglich der (parallelen) Achse durch den Schwerpunkt.

Experimentell kann man Trägheitsmomente mit einem Drehschwinger bestimmen. Für die Schwingungsperiode T des Drehschwingers gilt:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D^*}} \quad (6)$$

mit D^* - Winkelrichtgröße der Feder. Dabei wurde vorausgesetzt, dass das rücktreibende Drehmoment M dem Auslenkwinkel ϕ proportional ist:

$$M = D^* \cdot \phi \quad (7)$$

2 Aufgabenstellung

Mit Hilfe des Drehschwingers sollen

- die Trägheitsmomente verschiedener Körper bestimmt werden
- die Gültigkeit des Satzes von STEINER experimentell bestätigt werden

3 Erforderliche Geräte

1 Drehschwinger	1 Kraftmesser
1 Metallscheibe	1 Stoppuhr
1 Holzscheibe	1 Maßstab
1 Vollzylinder	1 Waage
1 Hohlzylinder (Stahl)	

4 Durchführung

1. Messung des Drehmomentes M des Schwingers mit Metallscheibe bei mehreren Winkeln ϕ im Bereich von 0 bis 2π zur Bestimmung der statischen Winkelrichtgröße D_{stat}^*
2. Messung (5 mal) der Schwingungsdauer T der Metallscheibe bei einer geeigneten Winkelamplitude zur Bestimmung der dynamischen Winkelrichtgröße D_{dyn}^*
3. Messung (jeweils 5 mal) der Schwingungsdauer T für jeden der Körper bei geeigneter Winkelamplitude
4. Messung (jeweils 5 mal) der Schwingungsdauer der Metallscheibe, bei *exzentrischer* Schwingung in mindestens 2 Positionen.
5. Für alle Körper und die Metallscheibe sind Masse und Radius zu messen.

5 Auswertung

- graphische Darstellung der Werte $M = f(\phi)$, Bestimmung der statischen Winkelrichtgröße D_{stat}^* aus dem Anstieg der Regressionsgeraden
- Berechnen der dynamischen Winkelrichtgröße D_{dyn}^* aus dem berechneten Trägheitsmoment der Metallscheibe und dem Mittelwert der Schwingungsperiode
- Bestimmen der Trägheitsmomente der Körper aus den Mittelwerten der Schwingungsperioden sowohl mit der statischen (D_{stat}^*) als auch mit der dynamischen Winkelrichtgröße (D_{dyn}^*)
- Berechnen der Trägheitsmomente der Körper nach den Definitionsgleichungen (2)-(3)
- Überprüfen des Satzes von STEINER

Hinweise

Berechnen Sie den Unsicherheitsbereich der Trägheitsmomente durch Fehlerfortpflanzungsrechnung aus der statistischen Unsicherheit der Schwingungsdauer und den Unsicherheiten der Masse- und Längenmessung

Stellen Sie zum Vergleich die mit den verschiedenen Methoden bestimmten Werte der Trägheitsmomente der Körper in einer Tabelle zusammen.