

1.7 Mathematisches Pendel

1 Theoretische Grundlagen

Das Mathematische Pendel ist ein Drehschwinger. Das rücktreibende Moment M ergibt sich zu:

$$M = l \cdot F_G \cdot \sin \varphi \quad (1)$$

mit der Gewichtskraft des Pendelkörpers F_G und dem Abstand l des Aufhängepunktes vom Schwerpunkt der Pendelmasse.

Für kleine Winkel φ gilt:

$$M = l \cdot F_G \cdot \varphi \quad (2)$$

D. h. es besteht ein linearer Zusammenhang zwischen der Auslenkung φ und dem rücktreibenden Moment M . Somit liegt eine harmonische Schwingung vor, bei der die Auslenkung durch eine Sinusfunktion beschrieben wird:

$$\varphi = \hat{\varphi} \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (3)$$

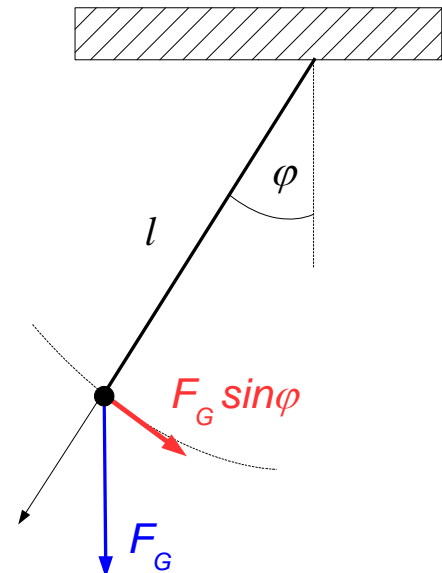
mit Amplitude $\hat{\varphi}$ und Kreisfrequenz $\omega = 2\pi/T$.

Für die Schwingungsdauer T gilt beim harmonischen Drehschwinger:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{J}{D^*}} \quad \text{mit} \quad D^* = \frac{M}{\varphi} \quad (4)$$

Das mathematische Pendel wird als Punktmasse betrachtet, dessen Massenträgheitsmoment $J = m \cdot l^2$ ist. Einsetzen von M , J und $F_G = mg$ ergibt für die Schwingungsdauer:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m \cdot l^2}{l \cdot m \cdot g}} \Rightarrow T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (5)$$



2 Aufgabenstellung

Die durch Formel (5) berechnete Schwingungsdauer ist experimentell zu überprüfen und ihr Gültigkeitsbereich anzugeben.

3 Benötigte Geräte

Zwirnsfaden (3 m)	1 Gewichtssatz
1 Stoppuhr	1 Längenmaß
1 Stativ	

4 Versuchsdurchführung

Bei den nachfolgenden Untersuchungen ist die Schwingungsdauer stets über mehrere Periodendauern zu messen und durch die Anzahl der Perioden zu teilen.

Alle Messungen sind mindestens 5 Mal zu wiederholen.

- Man untersuche bei einer beliebig gewählten Pendellänge l und einer beliebigen Pendelmasse m die Amplitudenabhängigkeit der Schwingungsdauer T für mindestens fünf verschiedene Anfangsauslenkungen zwischen 5° und 90° . Die Messwerte

$$T = f(\hat{\varphi}) \quad \text{bei } m, l = \text{const}$$

sind grafisch darzustellen und der Winkelbereich, in dem Formel (5) gilt, ist anzugeben.

- Man untersuche bei einer beliebig gewählten Pendellänge l und konstanter Anfangsauslenkung $\hat{\varphi}$ die Abhängigkeit der Schwingungsdauer T von der Pendelmasse m . Der Versuch ist mit 3 Körpern durchzuführen, wobei sich deren Massen wie 1 : 10 : 100 verhalten. Die Messwerte

$$T = f(m) \quad \text{bei } \hat{\varphi}, l = \text{const}$$

sind grafisch darzustellen. Abweichungen vom erwarteten Verlauf sind zu diskutieren.

- Man untersuche bei einer beliebigen Pendelmasse m und konstanter Anfangsauslenkung $\hat{\varphi}$ die Abhängigkeit der Schwingungsdauer von der Pendellänge l für mindestens fünf verschiedene Längen im Bereich von $l = 30$ cm bis 200 cm. Die Messwerte

$$T = f(l) \quad \text{bei } \hat{\varphi}, m = \text{const}$$

sind grafisch darzustellen. Durch eine geeignete linearisierte Darstellung ist die Proportionalität der Schwingungsdauer zu \sqrt{l} nachzuweisen.

5 Auswertung

- Für jeden Messpunkt sind aus den Einzelmessungen der Mittelwert und die Standardabweichung und daraus die statistischen Unsicherheiten für jeden Mittelwert zu berechnen.
- Für alle Versuchsteile sind die Mittelwerte im Diagramm mit geeigneter Skalierung grafisch darzustellen. Die Unsicherheiten der Mittelwerte sind als „Fehlerbalken“ für die Punkte im Diagramm einzutragen.