

## 1.7 Mathematisches Pendel

### 1 Theoretische Grundlagen

Das Mathematische Pendel ist ein Drehschwinger. Das rücktreibende Moment  $M$  ergibt sich zu:

$$M = l \cdot F_G \cdot \sin \varphi \quad (1)$$

mit der Gewichtskraft des Pendelkörpers  $F_G$  und dem Abstand  $l$  des Aufhängepunktes vom Schwerpunkt der Pendelmasse.

Für kleine Winkel  $\varphi$  gilt:

$$M = l \cdot F_G \cdot \varphi \quad (2)$$

D. h. es besteht ein linearer Zusammenhang zwischen der Auslenkung  $\varphi$  und dem rücktreibenden Moment  $M$ . Somit liegt eine harmonische Schwingung vor, bei der die Auslenkung durch eine Sinusfunktion beschrieben wird:

$$\varphi = \hat{\varphi} \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (3)$$

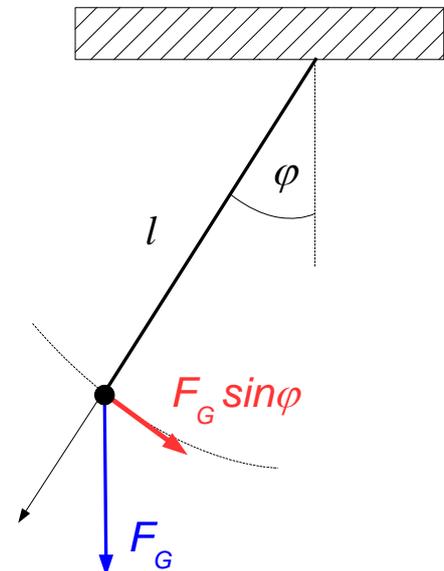
mit Amplitude  $\hat{\varphi}$  und Kreisfrequenz  $\omega = 2\pi/T$ .

Für die Schwingungsdauer  $T$  gilt beim harmonischen Drehschwinger:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{J}{D^*}} \quad \text{mit} \quad D^* = \frac{M}{\varphi} \quad (4)$$

Das mathematische Pendel wird als Punktmasse betrachtet, dessen Massenträgheitsmoment  $J = m \cdot l^2$  ist. Einsetzen von  $M$ ,  $J$  und  $F_G = mg$  ergibt für die Schwingungsdauer:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m \cdot l^2}{l \cdot m \cdot g}} \Rightarrow T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (5)$$



### 2 Aufgabenstellung

Die durch Formel (5) berechnete Schwingungsdauer ist experimentell zu überprüfen und ihr Gültigkeitsbereich anzugeben.

### 3 Benötigte Geräte

Zwirnsfaden (3 m)	1 Gewichtssatz
1 Stoppuhr	1 Längenmaß
1 Stativ	

## 4 Versuchsdurchführung

Bei den nachfolgenden Untersuchungen ist die Schwingungsdauer stets über mehrere Periodendauern zu messen und durch die Anzahl der Perioden zu teilen.

Alle Messungen sind mindestens 5 Mal zu wiederholen.

- Man untersuche bei einer beliebig gewählten Pendellänge  $l$  und einer beliebigen Pendelmasse  $m$  die Amplitudenabhängigkeit der Schwingungsdauer  $T$  für mindestens fünf verschiedene Anfangsauslenkungen zwischen  $5^\circ$  und  $90^\circ$ . Die Messwerte

$$T = f(\hat{\varphi}) \quad \text{bei } m, l = \text{const}$$

sind grafisch darzustellen und der Winkelbereich, in dem Formel (5) gilt, ist anzugeben.

- Man untersuche bei einer beliebig gewählten Pendellänge  $l$  und konstanter Anfangsauslenkung  $\hat{\varphi}$  die Abhängigkeit der Schwingungsdauer  $T$  von der Pendelmasse  $m$ . Der Versuch ist mit 3 Körpern durchzuführen, wobei sich deren Massen wie 1 : 10 : 100 verhalten. Die Messwerte

$$T = f(m) \quad \text{bei } \hat{\varphi}, l = \text{const}$$

sind grafisch darzustellen. Abweichungen vom erwarteten Verlauf sind zu diskutieren.

- Man untersuche bei einer beliebigen Pendelmasse  $m$  und konstanter Anfangsauslenkung  $\hat{\varphi}$  die Abhängigkeit der Schwingungsdauer von der Pendellänge  $l$  für mindestens fünf verschiedene Längen im Bereich von  $l = 30$  cm bis 200 cm. Die Messwerte

$$T = f(l) \quad \text{bei } \hat{\varphi}, m = \text{const}$$

sind grafisch darzustellen. Durch eine geeignete linearisierte Darstellung ist die Proportionalität der Schwingungsdauer zu  $\sqrt{l}$  nachzuweisen.

## 5 Auswertung

- Für jeden Messpunkt sind aus den Einzelmessungen der Mittelwert und die Standardabweichung und daraus die statistischen Unsicherheiten für jeden Mittelwert zu berechnen.
- Für alle Versuchsteile sind die Mittelwerte im Diagramm mit geeigneter Skalierung grafisch darzustellen. Die Unsicherheiten der Mittelwerte sind als „Fehlerbalken“ für die Punkte im Diagramm einzutragen.